

Ein Festfrequenz-Zyklotron mit einem Dee

VON R. BOCK, A. DOERING, J. JÄNECKE, O. KNECHT, L. KOESTER,
H. MAIER-LEIBNITZ, CH. SCHMELZER und U. SCHMIDT-ROHR

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 14. Dezember 1957)

Zur Beschleunigung von Ionen auf eine Energie in einigen MeV werden Festfrequenz-Zyklotrons und Linearbeschleuniger verwendet. Zyklotrons haben gegenüber Linearbeschleunigern den Nachteil, daß ein Bruchteil der beschleunigten Teilchen für Experimente verwendet werden kann, weil sich die Lenkung des Strahls aus der Beschleunigungsammer nur unter Verlust an Intensität erreichen läßt. Experimente innerhalb der Zyklotronkammer sind im allgemeinen nicht möglich, weil man auf den Raum im Dee-Spalt beschränkt ist und außerdem wegen der hohen Spannung abgerundete Bauteile verwenden muß. Diese Schwierigkeiten lassen sich umgehen, wenn man ein Zyklotron mit nur einem Dee betreibt. Das zweite Dee ist dann zu einem schmalen Kupferbügel, dem „Gegen-Dee“, zusammengeschumpft. Etwa ein Drittel des Kammervolumens bleibt frei und steht für Experimente zur Verfügung.

Ein solches Ein-Dee-System bietet noch weitere Vorteile. Man benötigt nur einen *koaxialen* Resonator, der mechanisch wesentlich einfacher aufgebaut ist als ein Zwei-Dee-System. Der Durchmesser des inneren Leiters kann relativ groß gewählt werden, so daß genügend Raum für tragende Bauteile zur Verfügung steht, die es gestatten, Innenleiter und Dee einseitig anzuführen. Außerdem läßt sich das Dee-Halterohr senkrecht zum Dee-Spalt anbringen, so daß das Hochfrequenzfeld am Dee-Spalt symmetrisch wird und nicht durch Unsymmetrien unerwünschte Mittelpunktsschwingungen der Teilchenkreisbahnen verursacht. Weiter ist die Montage und Justierung der Ionenkammer wesentlich leichter, wenn sie am geerdeten „Gegen-Dee“ vorgenommen werden kann und die Ionenkammer nicht zwischen zwei Hochspannung führenden Elektroden eingeführt werden muß. Die Ablenkung des Strahls in einen abgeschirmten Experimentierraum ist einfacher als beim Zwei-Dee-System, weil der Abstrahlwinkel im Dee-freien Raum an eines der Fenster der Zyklotronkammer montiert ist und sich mit einer Justiermechanik unabhängig von der Lage und Form der Dees justieren läßt.

Die dem Dee-System zugeführte HF-Leistung geht zu Hauptsache im Ohmschen Widerstand der Resonatoroberfläche verloren. Diese Verlustleistung ist so möglichst niedrig zu halten. Sie ist beim Ein-Dee-System etwa dieselbe wie bei einem Zwei-Dee-System üblicher Art unter vergleichbaren Bedingungen.

Verglichen werden bei gleicher Scheitelspannung im Dee-Spalt die Verlustleistungen folgender Anordnungen:

A. Ein-Dee-System mit koaxialem Resonator vom Außendurchmesser D .

B. Zwei-Dee-System mit denselben Dee- und Kammerdimensionen wie A mit je einem koaxialen Resonator für jedes Dee vom Außendurchmesser $D/2$.

C. Zwei-Dee-System mit einem gemeinsamen Resonator für beide Dees in Gestalt einer Doppelleitung mit kreiszylindrischer Abschirmung vom Außendurchmesser D .

Alle drei Anordnungen beanspruchen dieselbe Grundfläche im Arbeitsraum. A und B sind elektrisch praktisch gleichwertig, C ist etwas besser, hat dafür mechanische Nachteile.

A und jede Hälfte von B stellen koaxiale, kapazitiv verkürzte Viertelwellenlängenresonatoren dar. Die Kapazität Dee-Gegendees macht nur einen kleinen Teil der Gesamtkapazität aus, deren Hauptteil zwischen Dee und Kammerdeckeln liegt. Daher ist die Verkürzungskapazität bei A und jedem Resonator von B praktisch gleich. Sie bestimmt das optimale Verhältnis von Außen- zu Innendurchmesser des Resonators. Es liegt für den unverkürzten Resonator in der Nähe von 9:1 und sinkt mit steigender Kapazität, so daß es bei gebräuchlichen Zyklotronabmessungen in der Nähe von 5:1 liegt. Hält man seinen Wert fest, so hängt der Resonanzwiderstand pro Dee R_{res} nur noch vom Gesamtmaßstab, d.h. vom Außendurchmesser des Resonators ab und ist diesem nahezu proportional. Wegen des doppelten Außendurchmessers hat das System A den doppelten Resonanzwiderstand wie jedes System von B, muß aber bei gleicher Scheitelspannung im Dee-Spalt auf die doppelte Effektiv-Spannung U_{eff} erregt werden. Die Verlustleistung ist

$$N_p = U_{eff}^2 / R_{res}.$$

A verbraucht somit die doppelte Leistung wie jedes System B, d. h. dieselbe wie die Gesamtanordnung B.

Eine Verfeinerung dieser groben Abschätzung führt auf zwei Korrekturen, deren Einfluß sich gegenseitig etwa kompensiert, so daß sich am Ergebnis nichts ändert.

1. Die Kapazität Dee-Gegendees ist nicht unendlich klein. Ihr Wert ist bei der Berechnung der Verkürzungskapazität der Resonatorsysteme B zu verdoppeln, weil an ihre Stelle korrekterweise die Kapazität zwischen Dee und der Mittelebene zwischen den Dees gesetzt werden muß, die als Ruhepotentialfläche wirkt. Dies ergibt einen geringen Vorteil für A.

2. Die Proportionalität von Außendurchmesser und Resonanzwiderstand gilt nur unter Vernachlässigung der Leitungsverluste im Kurzschlußboden. Diese machen sich um so stärker bemerkbar, je

gedrungener die Resonatorform ist. Der Resonanzwiderstand von A wird daher nur knapp doppelt so hoch wie beim Einzelsystem B. Das ergibt einen geringen Vorteil für Anordnung B.

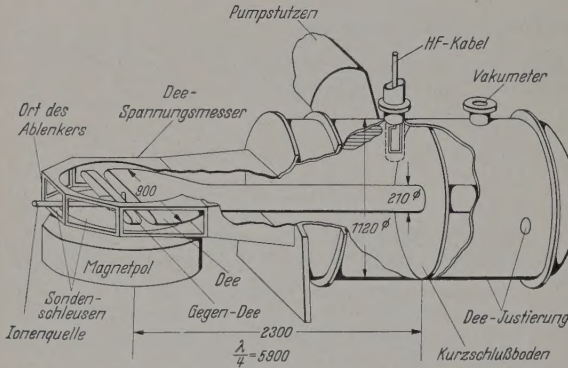


Abb. 1. Tank und Kammer schematisch. Maße in mm

Der Vorteil von C gegenüber B liegt darin, daß bei C der Strom aus einem Dee direkt in das andere fließt ohne den Umweg über die beiden Außenzylinder. Auf dem gemeinsamen Außenzylinder bei C fließt nur noch

kommen sie sich gegenseitig und der Außenwand so nahe, daß die Stromverteilung auf ihnen nicht mehr axialsymmetrisch bleibt, wodurch der erstgenannte Vorteil wieder zunichte gemacht wird. Der optimale Innendurchmesser ist daher so klein, daß nur noch ein geringer Vorteil gegenüber B herauskommt. Schwerer wiegt aber, daß eine ausreichende mechanische Stabilität der Dees bei B und nur noch schwer zu erreichen ist, wenn man nicht Stützisolatoren einbauen will, die die Hochspannungsfestigkeit der Anordnung herabsetzen.

Auf Grund dieser Gesichtspunkte wurde das Heidelberger Zyklotron, das 1939 konstruiert und inzwischen veraltet war, bei der ohnehin notwendigen Modernisierung mit einem Einzel-Dee-System ausgerüstet.

Den genannten Vorteilen unserer Anordnung steht als Nachteil gegenüber, daß die Spannung zwischen Dee- und Kammerdeckel bei gleich Beschleunigungsspannung im Dee-Spalt doppelt so groß ist wie beim Zwei-Dee-System [1]. Der Polschuhabstand unseres Magneten (27,6 cm) und damit der Spielraum zwischen Dee und Kammerdeckel (3,8 cm) sind relativ klein. Elektrische Durchschläge können daher besonders leicht auftreten.

Kammer und Dee

Die Kammer ist aus unmagnetischem Chrom-Nickelstahl gefertigt. Ihre Wandstärke beträgt 2,0 cm. Der zwischen den Magnetpolen befindliche Teil hat

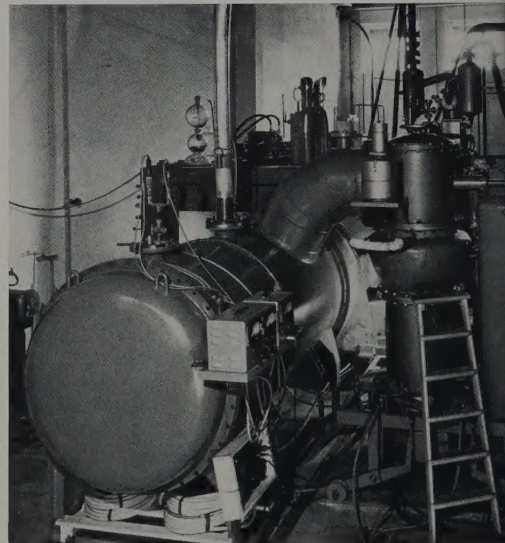
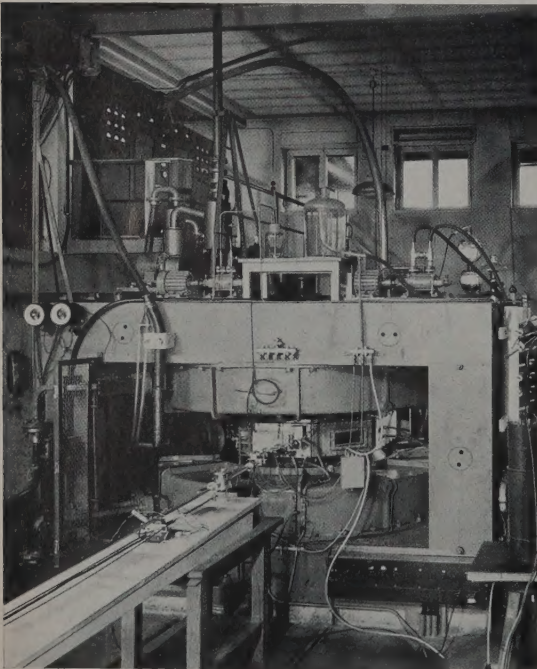


Abb. 2 a, u. b. Gesamtansicht des Heidelberger Zyklotrons. a, Experimentierseite; b, Resonatorseite

ein geringer Strom. Da die Verluste auf den Außenzylindern von B aber ohnehin klein gegenüber denen auf den Halterohren sind, macht das im günstigsten Fall nur etwa 35% zugunsten von C aus. Dieser Wert wird aber nur dann erreicht, wenn die Innendurchmesser auch bei C optimal gewählt werden. Dieser Optimalwert liegt bei nur höchstens $D/7$ im Gegensatz zu $D/5$ bei A und B. Werden die Innenleiter dicker, so

fünf auswechselbare Seitenplatten aus 2,0 cm starkem Aluminium (s. Abb. 1 und 2). An den drei vorderen mit einer Fläche von $24,0 \times 40,5$ cm sind Ablenk-, Ionenquellenschleuse und 2 Sondenschleusen angebracht. Die beiden seitlichen von einer Größe von $24,0 \times 73,5$ cm enthalten den Dee-Spannungsmesser und die Gegendee-Kühlung. Je nach Experiment können weitere Armaturen zugefügt werden. P

g ist die Kammer mit 6 cm starken kreisrunden Deckeln von 100 cm Durchmesser aus magnetisch weichen Stahl verschlossen. Eine azimutale Schwankung Sollstärke von $\pm 0,01$ cm in beiden Deckeln konnte durch gegenseitige Verdrehung um die Magnetfeldachsen unschädlich gemacht werden. Die Unterlegung der Deckel mit Ultraschall zeigte keine wesentlichen Inhomogenitäten. In allen Kanten der Kammer befinden sich zwischen doppelten Schweißnähten Kanäle, die ausgepumpt werden können und eine schnelle Prüfung der Vakuumdichtigkeit der Kammer gestatten. Die zum Resonanzsystem gehörenden leitführenden Teile der Kammer sind elektrolytisch kupferte. Die aus Chrom-Nickelstahl bestehenden Deckel mußten vor der Verkupferung vernickelt werden. Eine haltbare Nickel- und Kupferschicht von etwa 0,1 cm Dicke ließ sich durch Bestreichen mit einem Silber-Nickel-Lösungsmittel erzielen, der mit einer Lösung von 50 g/Liter NiSO_4 + 50 g/Liter H_2SO_4 bzw. 50 g/Liter CuSO_4 + 57 g/Liter H_2SO_4 + 13 g/Liter $\text{K}_2\text{Al}_2(\text{SO}_4)_4 \cdot 24 \text{H}_2\text{O}$ getränkt war. Die maximale Stromdichte in der Berührungsfläche des Deckels betrug $0,2 \text{ Amp} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Der Außenleiter des Resonanzsystems, ein Kupferrohr von 112 cm Durchmesser, ist vakuumdicht an die Kammer angeflanscht. Auf seiner Innenseite ist eine 0,1 cm starke Kupferschicht aufgewalzt. Der Innenleiter (Kupferrohr 21 cm Durchmesser) und das Dee sind in 2 Hälften getrennt, 0,15 cm starkem Kupferblech getrieben und zusammengeschweißt, daß die Außenseite des Deckels keinerlei Kanten aufweist. Dem Dee steht der Gegen-Dee ein an den Seiten und in der Mitte der Kupferbügel gegenüber. Die lichte Höhe des Dee und Gegen-Dee beträgt in der Mitte 60 mm und verjüngt sich bis zum Ablenkradius auf 42 mm. Innenleiter und Außenleiter des Koaxialsystems sind am hinteren Ende über einen versilberten Kurzschlußboden hochfrequenzmäßig kurzgeschlossen und so einen kapazitiv verkürzten $\lambda/4$ -Resonator (23,5 m). Die Verbindung Kurzschlußboden-Innenleiter wird durch flexible 0,02 cm starke Silberdrähte hergestellt, so daß das Dee bezüglich seiner Position in der Kammer mittels einer Justiervorrichtung justiert werden kann. Die Justiervorrichtung ist am Kurzschlußboden in den Tank eingebaut und gestattet eine kartesische Justierung (s. Abb. 3) auf 5 Gleitrollenlagern liegenden Innenleiters. Die leitführenden Teile des Resonators werden durch Kühlrohre mit Wasser gekühlt. Kammer und Deckel haben ein Gesamtgewicht von etwa 3 t.

Resonator

Die Kreisgüte Q des Resonators, die den Resonanzverstand bestimmt, wurde nach folgenden Verfahren gemessen: die Eingangsimpedanz R_e der Anpelschleife im Resonator folgt im Grenzfall kleiner Koppelung und schwacher Koppelung, der hier weitestgehend erfüllt ist, dem Gesetz

$$R_e = R_0 [i + k^2 (i v + Q^{-1})^{-1}].$$

bei ist $R_0 = \omega_0 L$ die Schleifenimpedanz in der Resonanzfrequenz ω_0 , v die Verstimmung $\omega - \omega_0$ und k der Koppelungsfaktor. Der Verlauf von R_e durchläuft mit steigendem v in Resonanznähe ein Maximum, entsprechend der Parallel-

resonanz, und darauf ein Minimum, entsprechend der Serienresonanz von Resonatorkapazität und Streuinduktivität. Aus den Extremwerten R_{\max} und R_{\min} von $|R_e|$ und ihrem gegenseitigen Frequenzabstand $\Delta\omega$ ergeben sich die unbekannten Kreisdaten zu

$$Q = \Delta\omega^{-1} (R_{\max} - R_{\min}) (R_{\max} \cdot R_{\min})^{-1/2}; \Delta\omega \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$$

$$k = \Delta\omega^{1/2} (R_{\max} - R_{\min})^{1/2} \cdot (R_{\max} + R_{\min})^{-1/2}.$$

Die drei Größen R_{\max} , R_{\min} und $\Delta\omega$ werden durch Strom-Spannungs-Messung mit einem Meßsender als Spannungsquelle bestimmt. Dieses Verfahren ist bei großer Einfachheit sehr sicher, weil die Extremwerte der Impedanz sicherer gemessen werden können als etwa die Halbwertbreite der Resonanzkurve, die außerdem dadurch verfälscht werden kann, daß der sehr scharfe Resonator den Meßsender mitzieht. Weiter kann der Koppelungsfaktor aus der Geometrie der

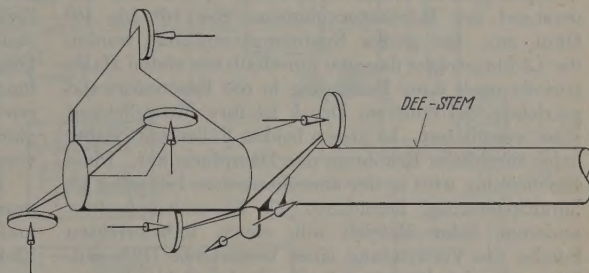


Abb. 3. Dee-Justiermechanik, schematisch

Schleife berechnet und so der Meßwert kontrolliert werden. Ferner kann der Wert $R_0 = \omega_0 L$ bei kurzgeschlossenem Resonator gesondert gemessen werden. Da die Beziehung gilt $R_{\max} \cdot R_{\min} = R_0^2$, ergibt sich eine weitere Kontrollmöglichkeit. Insbesondere ist damit eine Amplitudenabhängigkeit des Q -Wertes sofort nachweisbar.

Die Messungen am Resonator ergaben eine starke Abhängigkeit der Kreisgüte von der Schwingamplitude und vom Zustand des Vakuums. Deshalb wurden Meßgeräte eingebaut, welche die Kreisgüte auch im Betrieb zu messen erlauben. Das Meßprinzip ist das gleiche. Die Rolle des Meßsenders übernimmt der Zyklotronsender, die Instrumente sind am Eingang des Koaxialkabels zwischen Sender und Resonator eingebaut. Um ihre Angaben mit den mit Hilfe des Meßsenders erzielten Daten vergleichen zu können, wurden sie auf den Anschluß direkt an der Ankoppelschleife umgerechnet. Dafür wurden die Kabeldaten benötigt, die zur Kontrolle der Angaben der Lieferfirma nachgemessen wurden.

Die Ergebnisse der Messungen des Gütefaktors Q des Resonators unter verschiedenen Bedingungen sind die folgenden:

1. Messung mit Meßsender bei 10^{-5} Torr nach längerer Betriebspause. $Q = 3 \cdot 10^3$
2. Messung mit Meßsender bei 10^{-5} Torr unmittelbar nach Betrieb. $Q = 3 \cdot 10^3$
3. Messung mit Meßsender bei 10^{-3} bis 76 Torr. $Q = 10,8 \cdot 10^3$
4. Messung in Betrieb bei 10^{-5} bis 10^{-6} Torr. $Q = 10,8 \cdot 10^3$
5. Theoretisch bei idealen Kupferoberflächen. $Q = 15 \cdot 10^3$

Die Ergebnisse werden so gedeutet, daß die Meßwerte 3 und 4 der Dämpfung entsprechen, die vom Widerstand der Kupferoberfläche herrührt. Die Abweichung vom theoretischen Wert 5 wird dadurch erklärt, daß die erhöhten Übergangswiderstände an den

Flanschverbindungen, die Störung des Stromflusses durch den Saugstutzen usw. bei der Berechnung nicht berücksichtigt wurden. Hingegen zeigen die Messungen 1 und 2, d. h. die bei kleiner Schwingamplitude im Hochvakuum, eine auffällige Erhöhung der Dämpfung. Diese ist unabhängig vom Ausheizzustand des Resonators. Das bedeutet, daß es sich nicht um einen zusätzlichen Widerstand in der Leiteroberfläche handelt, sondern um eine Leitfähigkeit im evakuierten Volumen. Diese rührt her von Ladungsträgern, die an den Oberflächen und im Restgas erzeugt werden. Bei kleinen Amplituden finden sie keine Zeit, um innerhalb einer Halbperiode der Senderschwingung über die beträchtlichen Dimensionen des Resonators hinweg in die Metalloberflächen getrieben zu werden. Sie pendeln daher im Hochfrequenzfeld hin und her. Die gemessenen Dämpfungswerte entsprechen einem spezifischen Widerstand des Resonatorvolumens von 10^8 bis 10^9 Ohm \cdot cm. Bei großer Spannungsamplitude werden die Ladungsträger dagegen innerhalb der ersten Halbperiode nach ihrer Erzeugung in die Resonatorwand getrieben, bei höherem Druck ist ihre Beweglichkeit stark vermindert. In diesen beiden Fällen tritt daher keine merkliche Erhöhung der Dämpfung auf. Diese Erscheinung wird in der amerikanischen Literatur als „multipactoring“ bezeichnet [2]. Sie erzwingt unter anderem beim Betrieb mit einem selbsterregten Sender die Verwendung eines besonderen Hilfsoszillators, der den Hauptsender durch das Gebiet kleiner Amplituden hindurchzieht, weil dort dessen Rückkoppelung zur Schwingungsanfachung nicht ausreicht.

Sender

Früher wurde die Hochfrequenzenergie des Heidelberger Zyklotrons durch einen zweistufigen Gegenakt-Sender mit 3 kW-Oszillatorstufe und 80 kW-Leistungsstufe erzeugt. Da die Frequenzstabilität der ersteren bei der erhöhten Resonanzschärfe des Dee-Systems nach dem Umbau nicht genügte, wurde sie nur noch als Treiberstufe verwendet und durch einen stabilen Oszillator kleiner Leistung und fünf nachgeschaltete Eintaktverstärkerstufen ersetzt. Die Zusatzanordnung wurde aus abgewandelten Teilen kommerzieller Anlagen¹ aufgebaut. Die Verstärkerstufen 2 bis 4 sind als Frequenzverdoppler geschaltet, so daß der Oszillator in einem bequem zu stabilisierenden Frequenzgebiet bei 1,6 MHz arbeitet. Die Stufe 2 kann durch Umschaltung der Gittervorspannung gesperrt werden, so daß der Oszillator auch bei abgeschalteter Erregung der Leistungsstufen weiterschwingt. Die Regelung der HF-Leistung der Endstufe erfolgt wie früher durch Regelung ihrer Anodengleichspannung.

Dee-Spannung

Es erwies sich anfangs als unmöglich, Dee-Spannungen von einigen kV zu erreichen, weil Entladungen im Tank brannten. Die Leuchterscheinungen im Tank konnten durch ein Plexiglasfenster in der Kammerwand beobachtet werden. Sie zeigten, daß die Entladung meist am Dee, d. h. an der Stelle maximaler Feldstärke entstanden, darauf aber sofort auf die Ankoppelschleife in der Nähe des Kurzschluß-

bodens übersprangen und dort intensive Lichtblitze auslösten. Gleichzeitig brach der Resonanzwiderstand des Endstufenkreises zusammen. Dieses Verhalten erklärt sich wie folgt: Normalerweise koppelt der schwingende Resonator in den Kreis, in dem die Ankoppelschleife liegt, einen Dämpfungswiderstand ein. Im Moment eines Durchschlages bricht dieser zusammen, und der Schleifenstrom steigt stark an. Das ihn begleitende Wechselfeld erzeugt die Durchschläge. Da die Feldstärke im Leistungskabel genau so hoch ist, dort aber keine Durchschläge auftreten, liegt es nahe, eine erste Abhilfe dadurch zu schaffen, daß man die Schleife unter Atmosphärendruck arbeiten läßt. Das wird erreicht durch Einbau der Schleife in eine vakuumdichte Haube aus Isoliermaterial. Als Wandmaterial erwies sich Nylongewebe als zweckmäßig, das in mehreren Schichten mit Araldit verklebt wurde. Die Haube steht durch 2 Kanäle im Zwischenflansch des Schleifenanschlusses mit der Außenluft in Verbindung, so daß sie notfalls mit Druckluft gekühlt werden kann. Ihre Festigkeit gegen inneren Überdruck von 1 Atmosphäre ist völlig ausreichend. Eine Begrenzung des Schleifenstromes durch günstigere Dimensionierung des Endstufenkreises ist vorgesehen.

Die Glimentladungen im Tank ließen sich weiter durch eine Gleichspannung von 2 kV zwischen Tank und Dee unterbinden, welche die vagabundierenden Elektronen und Ionen absaugte. Der hierfür verwendete Kurzschlußboden war zweiteilig und durch in den Außenteil eingelassene vakuumfeste Kondensatoren (Gesamtkapazität 0,15 μ F) galvanisch unterbrochen. Um die Gefahr von Entladungen am Dee zu vermindern, wurden Dee und Gegen-Dee auf Hochglanz poliert und hart verchromt. Die 25 μ starke Chromschicht schützt die Oberfläche vor Kratzern und verhindert, daß sich bei der Belüftung der Kammeroxydschichten bilden. Der Oberflächenwiderstand von Chrom ist nur wenig größer als der von Kupfer. Da die Chromschicht erst dort ansetzt, wo der Umfang des Dees den des Innenleiters bereits stark übersteigt, ist die Verschlechterung der Leitfähigkeit insgesamt unerheblich. Nach diesen Maßnahmen gelang es, den Resonator anschwingen zu lassen und Dee-Spannungen von mehr als 50 kV zu erreichen.

Wird durch Eintastung der Übertragung am Gitter der Stufe 2 (s. oben) bei voll aufgedrehter Vor- und Endstufe des Senders dafür gesorgt, daß der Resonator schnell anschwingt und den durch Pendelentladungen gefährdeten Bereich von etwa 5 bis 15 kV Dee-Spannung durchläuft, ehe sich eine Entladung ausbildet, so ist eine Sauggleichspannung am Dee nicht mehr erforderlich. Jetzt kann daher ein normaler Kurzschlußboden ohne galvanische Unterbrechung verwendet werden. Dee-Spannungen zwischen 15 und 60 kV verursachen keine Gasentladungen, wahrscheinlich, weil alle Ladungsträger durch das starke elektrische Feld an die Wände gesaugt werden.

Bei noch höheren Feldstärken treten bisweilen Entladungen auf, die zum Zusammenbruch der Dee-Spannung führen. Dabei tritt am Dee-Spannungsmesser ein Impuls auf, mit dem eine elektronische Automatik gesteuert wird. Diese schaltet den Sender für eine zwischen 0,05 und 1,6 sec wählbare Zeit oder auf Dauer ab und verhindert damit die volle Ausbildung einer stromstarken Entladung. Die Auto-

¹ Lieferfirma BBC, Mannheim.

stik ist aus zwei getrennt wirkenden Elementen aufgebaut, die beide die Übertragung des Steuersignals zwischen den Verstärkerstufen 1 und 2 sperren. Ihre Funktion wird an Hand des Prinzipschaltbildes Abb. 4 erläutert.

Bei Betriebsbeginn stehen die Schalter für das Steuersignal und die beiden Automaten auf „Aus“. Das Gitter der Verstärkerröhre 2 liegt jetzt eine Vorspannung von -130V , so daß sie gesperrt ist. Nun wird mit dem Regeltransformator die Anodenvorspannung der Endstufe auf einen mittleren Wert eingestellt. Durch Betätigung des Schalters „Steuer-
nal“ wird die Gittervorspannung der Stufe 2 auf einen Betriebswert von -7V

gehoben und der Resonator angewandt. Am Dee-Spannungsmesser steht nun eine negative Gleichspannung, deren Betrag den Wert von 100 kV überschreiten muß, damit die Automaten arbeiten können. Das entspricht einer Dee-Spannung von 100 kV . Darauf werden die beiden Automaten eingeschaltet. In ihrer gemeinsamen Zuleitung liegt zunächst ein Tiefpaßglied. Dieses verändert ein Ansprechen auf kurzzeitige Impulse, die auftreten, wenn im Resonator schwache Durchschläge ergeben, die von selbst wieder verschwinden. Diese sind erfahrungsgemäß sehr viel häufiger als stärkere, nach denen der Resonator nicht mehr anspricht. Ein Ansprechen auf die schwächeren würde einen kontinuierlichen Betrieb unmöglich machen. In der Zuleitung zur Kurzzeit-Automatik I folgt ein Hochpaßglied. Es verhindert ein Ansprechen auf die langsamen planmäßigen Schwankungen der Dee-Spannung beim Einregeln der Senderleistung und der Strahlstromstärke, läßt aber den Impuls mittlerer Länge durch, der bei einem starken Durchschlag auftritt. Der Abreißimpuls wird in der Eingangs-
röhre verstärkt und benimmt negative Polarität. Eine folgende Diode regelt die Automatik gegen den positiven Impuls beim Wiederanschwingen ab. Darauf folgt ein Univibrator mit stufenweise regelbarer Kippzeit. In der Darstellung „g“ kippt er überhaupt nicht wieder zurück und schaltet damit das Steuersignal auf Dauer.

In diesem Fall muß der Ausgangszustand durch „Reset“-Taste von Hand wiederhergestellt werden. Durch Änderung des Kathodenwiderstandes kann die Pulshöhe eingestellt werden, die die Automatik zum Ansprechen bringt. Ihr Wert ist nicht unkritisch, es hat jedoch eine einzige Einstellung für alle üblichen Werte der Beschleunigungsspannung bewährt, ebenso die Einstellung „d“ der Zeitkonstante auf $0,4\text{ sec}$. In anderen Fällen, vorwiegend bei noch nicht ausgetrimmten Resonator, kommt es vor, daß dieser bei der Startastung durch die Automatik I nicht wieder angewandt. Da von nun an kein Impuls am Dee-

Spannungsmesser mehr auftritt, würde die Entladung im Resonator dauernd bestehen bleiben. Deshalb sorgt die Automatik II dafür, daß der Sender abgeschaltet wird, wenn für länger als 2 sec keine Gleichspannung am Dee-Spannungsmesser vorhanden ist. Diese Automatik erlaubt, 100 kV Dee-Spannung zu halten, ohne daß der Sender oder der Resonator durch hin- und wieder auftretende Entladungen beschädigt wird.

Magnetfeld

Wie schon erwähnt, beträgt die maximale Dee-Spannung etwa 100 kV . Das Magnetfeld mußte daher mit besonderer Sorgfalt geschimmt werden. Nimmt die

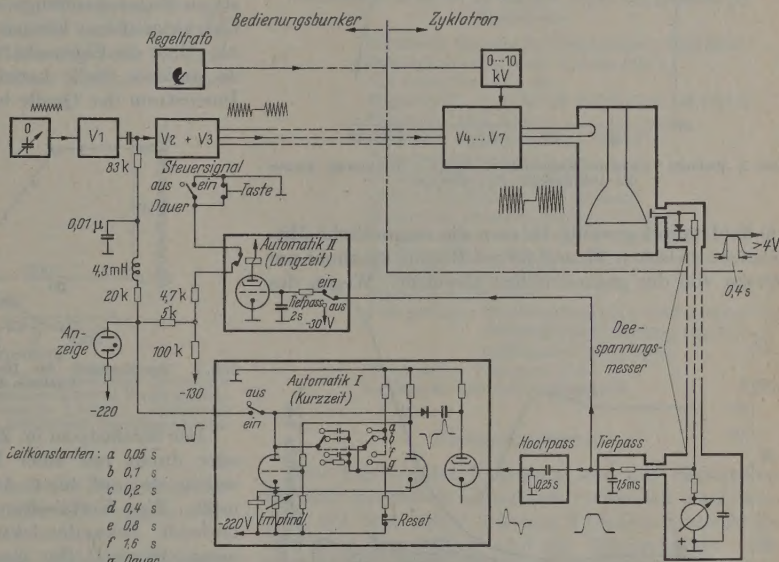


Abb. 4. Abschaltautomatik zur Unterdrückung stromstarker Entladungen am Dee

Feldstärke zu stark nach außen ab, so wird bei kleinen Dee-Spannungen die Intensität des Strahls durch den Phasenrücklauf der Ionen am Rand stark verringert. Ist dagegen der Feldgradient zu klein, so ist die vertikale Fokussierung nicht ausreichend [6].

Das Magnetfeld wurde mit Hallgeneratoren (Typ Siemens FA 22) auf $0,01\%$ genau vermessen. Die vertikale Strahlbreite als Funktion des Abstandes vom Mittelpunkt konnte durch Abschmelzen eines Kupferblechs von $0,3\text{ mm}$ Dicke verfolgt werden. Das Kupferblech ist an einer Sonde angebracht, die von außen radial in die Kammer eingeschoben wird. Der senkrecht auf das Blech auftreffende Strahl schmilzt anfänglich an der Vorderkante und später, wenn diese abgetropft ist, immer weiter nach außen einen Streifen aus dem Blech, dessen Breite der vertikalen Ausdehnung des Strahls entspricht.

Das Abdrehen der Shimmingrohlinge wurde mehrfach unterbrochen und die Änderung des radialen Feldverlaufs und der Strahlbreite ermittelt. Aus den Ergebnissen wurde durch Extrapolation die Form der Shimmingringe bestimmt, die den gewünschten Feldverlauf (Abb. 5 und 6) herstellen. Die Ablenkung des Strahls wird erleichtert, wenn das Magnetfeld innerhalb des Ablenkradius nur wenig, außerhalb aber möglichst stark mit dem Radius abnimmt. Je kleiner der Gradient des Magnetfeldes ist, um so stärker ver-

schieben geringfügige Asymmetrien des Magneten und insbesondere der beiden inneren Shimringe die Lage der magnetischen Mittelebene. Die Abmessungen der Ringe differieren um $\pm 0,005$ cm. Kleinere Toleranzen lassen sich bei so großen Drehkörpern nur mit beträchtlichem Aufwand erzielen. Als Kompromiß wurde daher

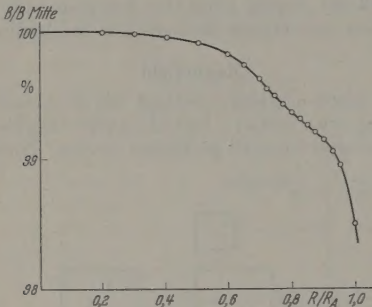


Abb. 5. Radialer Verlauf des Magnetfeldes. $B_{\text{Mitte}} = 16,9$ kGauß. Radius des Ablenkspaltes $R_A = 42,5$ cm

ein Feldverlauf gewählt, bei dem die magnetische Mittelebene zwischen 37 und 39 cm Radius maximal um 0,8 cm von der geometrischen abweicht. Wegen des

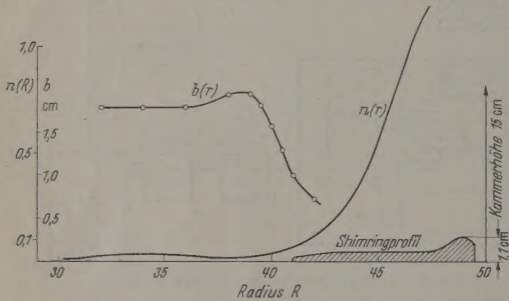


Abb. 6. Shimringprofil, Feldindex n und vertikale Breite des Strahls b als Funktion des Radius

zunehmenden Feldgradienten reduziert sich diese Abweichung bis zum Ablenkradius (42 cm) auf 0,2 cm. Die azimutale Inhomogenität des Feldes ist kleiner als 0,1%.

Vakuum

Die Pumpanlage besteht aus einer großen Öldiffusionspumpe (Typ Leybold OT 8000) mit 8000 Liter/sec Sauggeschwindigkeit, und auf $+4^\circ$ gekühltes Baffle, einer Öldampfstrahlpumpe als erster Vorpumpe und zwei rotierenden Ölpumpen. Der Saugstutzen der Pumpanlage (40 cm Durchmesser) ist seitlich am Tank angebracht (s. Abb. 1). Durch ein Gitter aus 10 Kupferblechstreifen in der Fläche des Tanks wird erreicht, daß die symmetrische Stromverteilung im Außenleiter nur unwesentlich durch den Saugstutzen gestört wird. Nach Schließen der Kammer wird in 12 Std das erforderliche Betriebsvakuum von $8 \cdot 10^{-6}$ Torr erreicht. Bei entgasten Kammerwänden wird schon nach 1 Std Pumpzeit ein Vakuum von $5 \cdot 10^{-6}$ Torr erzielt. Es erwies sich als zweckmäßig, während des Betriebs die aus dem Target und den Wänden entweichenden kondensierbaren Dämpfe an einer Kühlfalle im Saugstutzen des Tanks mit flüssiger Luft

niederzuschlagen. Das zu evakuierende Volumen beträgt etwa 3 m^3 , der Druckanstieg bei geschlossenem Pumpenventil $5 \cdot 10^{-8} \text{ Torr sec}^{-1}$.

Intensität und Energieschärfe des Strahls

Die Strahlintensität wird wesentlich durch die Ionenquelle bestimmt. Wir verwenden eine Kapillarbogen-Ionenquelle [3] mit Graphithütchen. Ionenquelle kann durch eine Vakuumschleuse ohne Beeinträchtigung des Vakuums ein- oder ausgefahren werden, wenn die Kathodenwendel oder das Anodenhütchen ausgewechselt werden sollen. Die Bogenstrom-Bogenspannungs- und Bogenstrom-Ionenstrom-Charakteristiken hängen stark von der Hütchenform ab. Über die Eigenschaften der Ionenquelle wird noch an anderer Stelle berichtet werden. Der maximale Ionenstrom der Quelle beträgt etwa 30 mA.

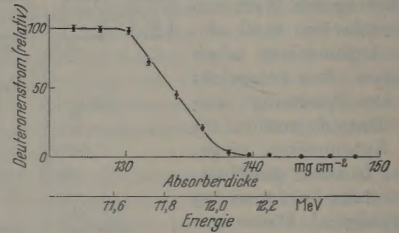


Abb. 7. Energieschärfe des Deuteronenstrahls. Deuteronenstrom Funktion der Absorberdicke

Der Strahlstrom im Zyklotron kann kalorimetrisch oder direkt mit einer Meßsonde gemessen werden, welche die auf einen Auffänger auffallende Ladung mißt. Eine Verfälschung der Meßwerte durch wellenartige Sekundärelektronen wird durch Blendenausgeschlossen. Der maximale Deuteronenstrom beträgt bisher 0,5 mA. Bei dieser Stromstärke schmelzen selbst gut gekühlte Cu-Targets so schnell, daß durch das freiwerdende Gas der Druck in der Kammer ansteigt und Entladungen am Dee einsetzen.

Für Versuche innerhalb der Kammer ist die Kenntnis der Energieunschärfe des Strahls und der radialen Breite der getroffenen Targetfläche von großer Bedeutung. Sie wurde erstens nach einer von C. DELBECQ u. a. [4] entwickelten Methode, die auf der Verfärbung eines LiF-Einkristalls beim Beschuß mit ionisierenden Teilchen beruht, qualitativ untersucht. Die Intensität der Färbung in Abhängigkeit von der Eindringtiefe wurde photometrisch bestimmt. Aus dem Intensitätsabfall am Reichweitenende und der Breite des Braggmaximums können Inhomogenitäten in der Reichweite festgestellt werden. Die Energieunschärfe des Strahls bestimmten wir außerdem nach einer Absorptionsmethode. Eine Kreisscheibe, an deren Peripherie 12 Aluminiumabsorber verschiedener Dicke (Stufen von 1,5 bis 2 mg cm^{-2}) angebracht waren, konnte während des Betriebs vor dem Auffänger gedreht werden. Mit dieser Vorrichtung wurde die Strahlintensität als Funktion der Absorberdicke (Abb. 7) und damit die Energieunschärfe des Strahls bestimmt.

Die Genauigkeit beider Methoden wird durch Schwankungen im Energieverlust (Straggling) der Deuteronen beim Durchlaufen des LiF bzw. Al begrenzt. Sie beträgt für Deuteronen maximaler Energie (12 MeV) in Al $\pm 1\%$ [5]. Bei unseren Versuchen b

ergeben, daß die Reichweitenstreuung von 80% Deuteronen gleich $\pm 1,5\%$ ist. Nach Berücksichtigung des Straggling ergibt sich hieraus für eine Ionenenergie von 12 MeV eine mittlere Energieschärfe des Strahls von etwa $\pm 0,12$ MeV.

Mit Hilfe der beiden beschriebenen Methoden läßt sich die Breite der getroffenen Targetfläche bestimmen. Die Absorberscheibe vor dem Auffänger-Meßsonde wird hierfür durch eine Blende ersetzt, während des Betriebs zurückgezogen werden kann. Die Strahlintensität als Funktion des Abstandes der Blende von der Auffängerkante ergibt sich durch Integration die Intensitätsverteilung der Deuteronen, die auf ein Target treffen. Die Breite der getroffenen Targetfläche ist ein Maß für den Abstand der Blende von der Auffängerkante. Sie wird durch den relativen Energieabfall der Ionen bei einem Umlauf bestimmt. Dieser

durch radiale Betatronschwingungen praktisch nicht verbreitert wird. Im nahezu homogenen Teil des Feldes sind die Frequenz der radialen Betatronschwingungen und die Zyklotronfrequenz praktisch gleich, so daß die Ionen nach einem Umlauf im gleichen Schwingungszustand sind. Erst bei 43 cm Bahnradius wird der Feldindex n des Magnetfeldes so groß, daß die Frequenz der radialen Betatronschwingungen merklich von der Umlauffrequenz der Ionen abweicht. Dies äußert sich in einer Auffächerung des Strahls und einer Verbreiterung der Targetfläche auf mehr als 10 mm.

Zusammenstellung der wichtigsten Daten des Heidelberger Zyklotrons

Maximale Energie für Deuteronen: 12,9 MeV
 Polschuhdurchmesser: 101 cm (40°)
 Ablenkradius: 42,5 cm
 Magnetfeld: 16,9 kGauß stabilisiert auf 0,01%
 Frequenz: 12,8 MHz
 Maximale Dee-Spannung: 100 kV
 Polschuhabstand: 27,6 cm
 Kammerinnenhöhe: 15 cm
 Lichte Dee-Höhe: 6 cm maximal
 Maximaler Deuteronenstrom: 0,5 mA
 Energieschärfe des Strahls: < 250 keV
 Sender: 80 kW, fremderregt
 Magnetleistung: 54 kW
 Magnetgewicht: 80 t
 Pumpanlage: Öldiffusionspumpe 8000 Liter/sec⁻¹,
 Öldampfstrahlvorpumpe und zwei
 rotierende Vorpumpen
 Evakuiertes Volumen: 3 m³
 In Betrieb seit September 1956.

Zusammenfassung

Ein Festfrequenz-Zyklotron mit nur einem Dee läßt sich wesentlich vielseitiger verwenden als Zyklotrons mit dem bisher üblichen Zwei-Dee-System. Es wird über den Aufbau und die Eigenschaften eines Ein-Dee-Zyklotrons berichtet und gezeigt, daß sich mit ihm hohe Dee-Spannungen und Strahlintensitäten erreichen lassen.

Herrn Prof. W. BOTHE † danken wir für sein Interesse, mit dem er unsere Arbeit unermüdlich betreut hat.

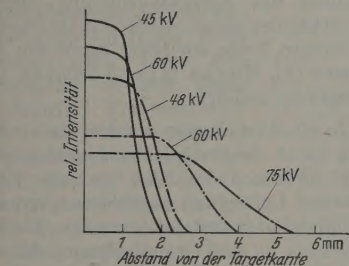
Herr Dr. K. BEYERLE vom Institut für Instrumentenkunde Göttingen unterstützte uns durch technische Beratung bei der Planung.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sind wir für die großzügige Finanzierung des Projekts zu besonderem Dank verpflichtet.

Literatur: [1] z. B.: KOLLATH, R. Teilchenbeschleuniger, S. 115. Braunschweig: F. Vieweg & Sohn 1955. — [2] BACKUS, J.: Rev. Sci. Instrum. **22**, 84 (1951). — MACKENZIE, K. R.: Rev. Sci. Instrum. **22**, 302 (1951). — SCHMIDT, F. H., G. W. FARWELL, J. E. HENDERSON, T. J. MORGAN and J. F. STREIB: Rev. Sci. Instrum. **25**, 499 (1955). — [3] COWIE, D. B., and C. J. KSANDA: Rev. Sci. Instrum. **16**, 224 (1945). — FREMLIN, J. H., and J. S. GOODEN: Progr. in Physics **XIII**, 295 (1950). — LIVINGSTON, R. S., and R. J. JONES: Rev. Sci. Instrum. **25**, 552 (1954). — [4] DELBECQ, C. J., W. J. RAMLER, S. R. ROCKLIN and P. H. YUSTER: Rev. Sci. Instrum. **26**, 543 (1955). — [5] CALDWELL, D. O.: Phys. Rev. **88**, 131 (1952). — [6] z. B. [1], S. 103.

Dr. R. BOCK, Dr. A. DOEHRING, Dr. J. JÄNECKE, Dr. O. KNECHT (jetzt Kernreaktor GmbH., Karlsruhe), Dr. L. KOESTER (jetzt Bayer-Leverkusen), Prof. Dr. H. MAIER-LEIBNITZ (jetzt Labor für technische Physik der TH. München), Prof. Dr. CH. SCHMELZER (jetzt CERN, Genf), Dr. U. SCHMIDT-ROHR

Institut für Physik im Max-Planck-Institut
für medizinische Forschung,
Heidelberg



Intensitätsverteilung der auf ein Target treffenden Deuteronen bei verschiedenen Dee-Spannungen. Ausgezogene Kurven: Target in 32 cm Abstand vom Mittelpunkt (Deuteronenenergie 7,0 MeV). Gestrichelte Kurven: Target in 39 cm Abstand vom Mittelpunkt (Deuteronenenergie 10,3 MeV)

von der Dee-Spannung und der Phasenlage der auftreffenden Ionen relativ zum Hochspannungsfeld ab.

Auf Grund des Phasenvor- und -rücklaufs der Ionen während der Beschleunigung, der durch das nach außen zunehmende Magnetfeld bedingt wird [6], ist der Energiegewinn in unserem Fall bei 75 kV Dee-Spannung und etwa 32 cm Abstand vom Mittelpunkt maximal. An diesem Punkt setzt der Phasenrücklauf ein. In 39 cm Abstand vom Mittelpunkt ist der Energiegewinn maximal. Hier durchlaufen die Ionen im Mittelpunkt der Beschleunigungsspannung den Dee. Die Phasenlage der Ionen wird durch die Dee-Spannung merklich beeinflusst. Je kleiner die Dee-Spannung ist, um so langsamer geht die Beschleunigung der Ionen vor sich und bei um so kleineren Bahnradien setzt der Phasenrücklauf ein.

Die Breite der getroffenen Targetfläche (Abb. 8) bei 32 cm Abstand vom Mittelpunkt fast unabhängig von der Dee-Spannung, weil eine geringere Absolutenergie durch eine günstigere Phasenlage kompensiert wird. In 39 cm Abstand durchlaufen dagegen die Ionen den Dee-Spalt bei 75 kV Dee-Spannung im Mittelpunkt der Beschleunigungsspannung. Eine Verkleinerung der Dee-Spannung hat hier zur Folge, daß der Phasenrücklauf schon weiter fortgeschritten ist. Die Ionen gewinnen nur noch wenig Energie, weil die Dee-Spannung schon weit unter ihren Maximalwert abfallen ist, wenn sie den Dee-Spalt durchlaufen. Die Targetfläche wird daher bei 39 cm Bahnradius bei niedrigeren Dee-Spannungen wesentlich schmaler. Die Ionenstrahlungen von LiF haben gezeigt, daß die Targetfläche bis 41 cm Abstand vom Mittelpunkt

Erfahrungen bei der Entwicklung eines Vocoders und Messungen der mit ihm erhaltenen Verständlichkeit

Von GEORG KROHM

Mit 12 Textabbildungen

(Eingegangen am 6. Juli 1957)

Die Kenntnis der spektralen Zusammensetzung der Sprachlaute ließ den Gedanken aufkommen, durch geeignete Apparaturen eine Sprachnachbildung zu erreichen. Von Siemens, Bell Telephone Laboratories [1], [2], British Post Office [3] und verschiedenen phonetischen Instituten sind hierzu Experimente angestellt worden, die bei den genannten ausländischen Instituten zu einem Gerät, als Vocoder bezeichnet, führten, welches in der Lage ist, Sprache zu analysieren und aus ihren Grundbestandteilen wieder zusammenzusetzen. Die veröffentlichten Berichte sind indessen in ihren Ausführungen über Schaltung und Aufbau der verwendeten Apparatur so spärlich und unzureichend, daß ein exakter Nachbau zur Überprüfung der erhaltenen Ergebnisse nicht ohne weiteres möglich ist. Einige Autoren, die dieses Problem ausführlicher behandelt haben, konnten sich nicht auf eigene experimentelle Untersuchungen stützen. Ihre Berichte enthalten daher ebenfalls keine ausreichenden Hinweise für den Nachbau eines derartigen Gerätes.

Da die Beschäftigung mit der Analyse und Synthese der Sprache sowohl für die Ausbildung der Studenten als auch für viele Fragen der Forschung ein hohes Interesse verdient, wurden im hiesigen Institut vor wenigen Jahren Arbeiten zur Entwicklung eines Vocoders in Angriff genommen. Für ihre Durchführung wurden zunächst zwei Diplomanden, die Herren ROTHGORDT und HAUSER, herangezogen. Mit dem von den Genannten entwickelten Gerät sollten einige grundsätzliche Fragen bezüglich der für die deutsche Sprache erforderlichen Kanalzahl und ihre Lage sowie Frequenzbandbreite im Sprachbereich geklärt werden. Die mit dem von ROTHGORDT und HAUSER entwickelten Gerät wiederzugebende Sprache wies indessen keine zureichende Verständlichkeit auf, um solche Probleme unmittelbar in Angriff nehmen zu können. Es war daher eine grundsätzliche Überprüfung der für die mangelhafte Verständlichkeit in Betracht zu ziehenden Ursachen erforderlich. Diese Überprüfung ist vom Verfasser in Zusammenarbeit mit Herrn GÖKE [17] durchgeführt worden. Sie ergab, daß zur Erstellung eines funktionstüchtigen Gerätes

1. die Zeitkonstanten der Gleichrichterstufen in den einzelnen Analysierkanälen zu groß waren,
2. die Filterschwerpunkte der einzelnen Kanäle in ihrer Bandbreite ungünstig gewählt waren,
3. die Umschaltung von stimmhaften zu stimmlosen Zeitintervallen der Sprache, bzw. die umgekehrte Schaltung, nicht einwandfrei funktionierte,
4. die Sprachdynamik nicht eingeengt war, so daß Umschalt Schwierigkeiten von „stimmlos“ auf „stimmhaft“ eintraten,
5. der Rauschgenerator kein „weißes“ Rauschen lieferte und sehr klingempfindlich war.

Die Beseitigung dieser Mängel bedingte so einschneidende Schaltungsveränderungen, daß es zweck-

mäßig erschien, das Gerät auf einer neuen Konstruktionsbasis noch einmal aufzubauen. Das führte zu einer Schaltung für ein neues Gerät, das nachfolgend beschrieben wird. Bezüglich der im Prinzip unverändert übernommenen Baugruppen wird auf Arbeiten von ROTHGORDT [15] und HAUSER [16] verwiesen.

Das Studium der Sprachlautbildung, das HELMHOLTZ [9] Zeiten immer wieder das Interesse der Forscher erregte, hatte vor allem durch die Arbeiten von STUMPF [8], MILLER [4] und DUDLEY [2] folgendem Ergebnis geführt:

1. Die stimmhaften Laute werden dadurch gebildet, daß die durch die Artikulationsmuskulatur änderbaren Hohlräumen der Nase und des Mundes von rhythmischen Luftstößen angeblasen werden, durch die Stimmbänder zustandekommen. Sie lassen sich nach FOURIER in eine Grundfrequenz, die durch die Stimmbandmuskulatur etwa in den Grenzen zwischen 80 und 200 Hz variiert werden kann, und zahlreiche Oberwellen bis zu Frequenzen von 3 bis 5 kHz zerlegen. Die Funktion der Artikulationsmuskulatur besteht dabei darin, die Intensitätsverteilung der Grund- und Oberschwingungen des Stimmbandapparates in charakteristischer Weise zu modifizieren. Als wesentlich für die Vokalunterscheidbarkeit erweist sich die Intensitätsverteilung vornehmlich in drei Frequenzbereichen: einen unteren zwischen 100 und 500 Hz gelegenen Frequenzbereich, einen mittleren, der zwischen 500 und 1500 Hz liegt, und einen oberen im Frequenzbereich zwischen 1500 und 3000 Hz gelegenen. Diese Frequenzbereiche werden die Formantenbereiche der Vokale genannt.

Die Höhe der Grundfrequenz ist für die Vokalcharakterisierung unwesentlich und bestimmt wesentlich nur die Stimmlage der Sprache.

2. Die stimmlosen Laute besitzen demgegenüber kein lineares sondern ein Rauschspektrum, das nach der Lautart einen „verwaschenen“ Frequenzbereich zwischen etwa 500 bis 12000 Hz mit einer „verwaschenen“ Intensitätsverteilung kurzzeitig füllt. Sie entstehen durch abrupten Verschluß und abrupte Eröffnung von Luftströmen durch die Lippenmuskulatur.

3. Für die stimmhaften Konsonanten ist ebenfalls ein Rauschspektrum, ähnlich den stimmlosen Lauten, jedoch längerer Zeitdauer charakteristisch, was deutet, daß die tieferen Frequenzbereiche des Rauschspektrums intensitätsmäßig stärker hervortreten.

Nach diesem Erkenntnis über die Sprachbildung sollte es möglich sein, eine Sprachübertragung auf Grundlage zu realisieren, daß bei stimmhaften Lauten lediglich die Modulation der Formantenbereiche der Vokale und gegebenenfalls die Grundfrequenz des Stimmbandschwingung übertragen wird. Für

ermittlung auch stimmloser Laute käme dann eine Modulation der für diese Laute charakteristischen Frequenzbereiche mit einer Kennzeichnung des Vorliegens eines Rauschspektrums an Stelle eines Stimmspektrums hinzu.

Die beim Sprechen vorliegende Modulation der Frequenzbereiche kann durch eine Analyse mittels einer Anordnung, als Coder bezeichnet, vorgenommen werden, die in Abb. 1a wiedergegeben ist. Durch sie wird die mittels Mikrophons aufgenommene und über einen Verstärker, Dynamikbegrenzer und eine Vergrößerungseinrichtung gelangende Signalspannung an einen Filtersatz 1 bis 11 geführt. Die jeweils an den angeschalteten Gleichrichtern erhaltenen Spannungs-Funktion liefert dann den Verlauf des Modulationsverlaufs des gegebenen Textes nach den verschiedenen Frequenzbändern zerlegt, die durch die Filter durchgelassen sind. Diese Frequenzbänder müssen daher möglichst gleichmäßig in der Unterscheidbarkeit im gegebenen Laut charakteristischen Modulationen des Oberflächengemisches der Stimm- und Ausschwingvorgängen der Filter und zur Einengung der Frequenzbandbreite der erhaltenen Spannungs-Zeit-Funktion

ist jedem Filterkanal ein Tiefpaß mit einer Grenzfrequenz von 25 Hz nachgeschaltet.

Zur Festlegung der jeweils vorliegenden Stimmgrundfrequenz, die im allgemeinen nicht unter 100 Hz und, von Ausnahmen wie Kinder- und hohen Stimmen abgesehen, nicht über 160 Hz liegt, dient zur Kennzeichnung des Vorliegens eines stimmlosen oder stimmhaften Lautes dient ein Tiefpaß mit einer Grenzfrequenz von 160 Hz. Ihm ist ein Frequenzmesser angeschlossen, mit dem die Stimmgrundfrequenz in eine der Frequenz proportionale Spannung umgewandelt wird. Dem Frequenzmesser ist ein Schwellenspannungsbegrenzer vorgeschaltet, dessen Schwellenspannungswert immer nur in bestimmten Zeitintervallen überschritten wird, in denen die Sprache stimmhafte Laute enthält. Der Schwellenspannungsbegrenzer dient daher gleichzeitig zur Kennzeichnung dafür, in welchen Zeitintervallen die Sprache wesentlich durch ein Linienspektrum bestimmt ist und in welchen durch ein Rauschspektrum. Der Vocoder, s. Abb. 1b, enthält einen gleichartigen Filtersatz von 11 Filtern, die eingangsseitig wahlweise über einen Umschalter an einen Impuls- oder Rauschgenerator angeschlossen werden können. Der Impuls- bzw. Kehlkopfersatz oder an einen Rauschgenerator angeschlossen werden können. Der Umschalter steuert die dem Modulator durch die aus dem Frequenzmesser gewonnene Spannung in stimmhaften

Zeitintervallen den Impulsgenerator, in stimmlosen Zeitintervallen den Rauschgenerator an die Filtereingänge.

Jedem Filterkanal ist je ein Modulator angeschlossen, der die die Filter passierenden und vom Impuls- oder Rauschgenerator herrührenden Wechselspannungen nach Maßgabe der an den einzelnen Filterausgängen des Coders, s. Abb. 1a, erhaltenen Spannungs-Zeit-Funktion intensitätsmäßig steuert.

Die an den Modulatoren auftretenden Ausgangsspannungen werden dann summiert und über einen die tiefen Frequenzanteile unter 200 Hz aussiebenden Hochpaß dem Steuergitter einer Endröhre zugeführt, in deren Anodenkreis ein Lautsprecher liegt.

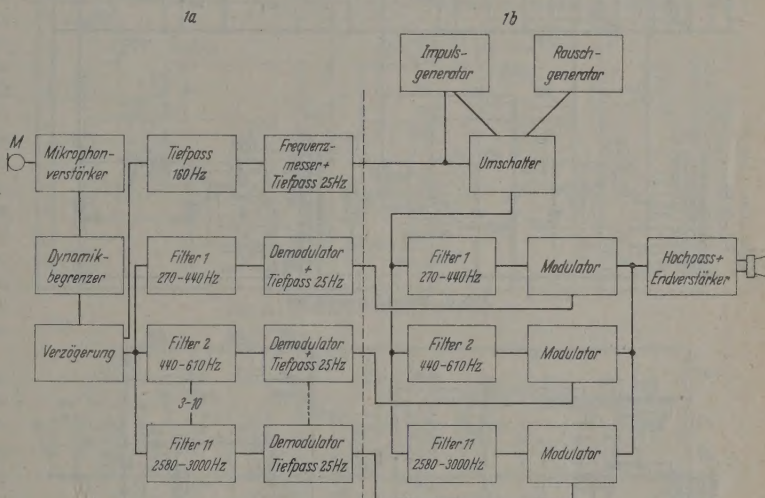


Abb. 1. Prinzipschaltung des Vocoders

Die auf diese Weise durch die Modulatorsteuerungen erhaltene Modulation der Intensitätsverteilung des Linien- und Rauschspektrums des Impuls- und Rauschgenerators entspricht je nach der Frequenzbandaufteilung der Filtersätze mehr oder weniger gut in ihren wesentlichen Grundzügen der im Coder analysierten Sprache. Der Lautsprecher der Endröhre gibt daher die im Coder analysierte und im Vocoder wieder zusammengesetzte Sprache als eine mit künstlichem Kehlkopf erzeugte Sprache wieder.

Das auf dieser Grundlage entwickelte Gerät ist in der nachstehend beschriebenen Weise aufgebaut:

Als Mikrophon dient eine hochwertige Ausführung der Firma Wennebostel, Typ MD 21, mit folgenden Daten:

- Frequenzgang bis 1 kHz linear, bei 3 kHz etwa +5 db,
- Empfindlichkeit 0,2 mV/ μ b bei 1000 Hz,
- Impedanz 200 Ω , mit Transformator 1:30 etwa 200 k Ω .

Dem Mikrophon M, s. Abb. 1a, folgt zunächst ein Mikrofonverstärker, der nach Abb. 2 aufgebaut ist. Er hat im Anodenkreis der ersten Stufe eine Anschlußmöglichkeit mittels eines Schalters S für ein Magnetophonbandgerät. Als für die Funktion des Gesamtgerätes wichtige Baugruppe enthält der Verstärker einen Dynamikbegrenzer, s. Abb. 3. Er dient zur selbsttätigen Einengung der Dynamik. Seine Regelkenn-

gleiche Bedeutung wie vorher. R5 3 und R5 4 besorgen die Umwandlung in die Rechteckspannung. Liegt am Gitter von R5 4 keine Wechselspannung, so fällt an R1 infolge des großen Anodenstromes durch R5 4 eine solche Spannung ab, daß die Gitter von R5 2 und R5 3 stark negativ gegenüber ihren Kathoden sind, d.h. es fließt durch R5 2 und R5 3 kein Anodenstrom. Damit fällt an R2 keine Spannung ab, und C kann über R5 1 aufgeladen werden. Dieser Zustand bleibt erhalten, bis eine *negative* Halbwelle auf das Gitter von R5 4 trifft, da eine *positive* Halbwelle nichts gegenüber dem wechsellageungslosen Zustand ändert; eine solche kann

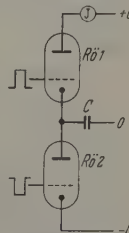


Abb. 6. Arbeitsprinzip
des Frequenzmessers

den Anodenstrom von R_ö 4 nur vergrößern, so daß an R₁ höchstens eine noch größere Spannung abfällt. Die negative Halbwelle aber bewirkt demgegenüber ein Sinken des Anodenstromes von R_ö 4 und damit einen Anstieg der Spannungen an den Gittern von R_ö 2 und R_ö 3. Sobald durch R_ö 3 ein Strom zu fließen beginnt, wird R_ö 1 infolge des Spannungsabfalles an R₂ gesperrt, gleichzeitig öffnet sich R_ö 2, so daß in diesem Augenblick die Umladung von C beginnt und nach einer Zeit beendet ist, die von der Zeitkonstanten des Gliedes $C \cdot R_i$ der Röhre R_ö 2 abhängt. Erst ein folgender Nulldurchgang der Gitterspannungen an R_ö 4 ergibt durch einen Anodenstromanstieg dieser Röhre und der damit verbundenen Sperrung von R_ö 2 und R_ö 3 sowie der Öffnung von R_ö 1 den ersten Stromstoß 2 UC, der sich dann f -mal pro sec wiederholt, solange die Steuerspannung anhält.

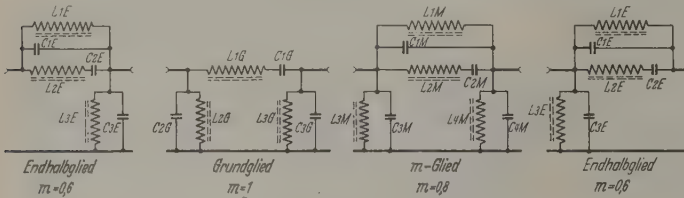


Abb. 7. Filteraufbau

Die Steuerung der Grundfrequenz des Impuls-Generators erfordert eine frequenzproportionale Spannung. Diese wird aus dem Spannungsabfall über dem Widerstand R gewonnen, der gleichzeitig als Generatorwiderstand für den nachfolgenden Tiefpaß P 2 dient. An seinem Ausgang stehen bei 160 Hz dann etwa 8 V zur Verfügung. Diese Spannung wird als Maß für das Vorhandensein eines Grundtones von 160 Hz benutzt, s. Abb. 5.

Nach dem oben Dargelegten sind die Signalspannungen der Sprache gegenüber den zum Frequenzmesser abgezweigten Wechselspannungen zeitlich zu verzögern. Das geschieht durch eine Abnahme der Signalspannungen über dem Wiedergabekopf W_2 , der gegenüber dem Wiedergabekopf W_1 für die Spannungen zum Frequenzmesser passend verschoben wird. Die Signalspannungen des Wiedergabekopfes W_2 werden gemäß der Schaltung Abb. 4 verstärkt, über einen Tiefpaß P mit einer Grenzfrequenz von 6000 Hz begrenzt und nach Verstärkung an die Filtereingänge 1 bis 11 geleitet.

Um die Filter optimal anpassen, unabhängig voneinander aussteuern zu können und um damit die Möglichkeit einer Frequenzgangregelung zu haben, ist jedem Filter ein von Hand regelbarer Verstärker vorgeschaltet.

Um Filter mit kleinen Verlusten bauen zu können, ist die Verwendung hochwertiger Kernmaterials notwendig. Das zur Zeit am besten geeignete Material für Niederfrequenzspulen sind Topfkern aus Ferroxcube, wie sie Philips-Valvo unter der Bezeichnung D 36/22—9,80-III B1 herstellt [18]. Sie zeichnen sich durch hohe Permeabilität und geringe Koerzitivkraft aus. Außerdem können sie durch Regelstreifen genau abgeglichen werden. Die Temperaturabhängigkeit ist gering, nach Angabe des Herstellers liegt der bei Temperaturänderungen von etwa 40° auftretende Fehler unterhalb von 0,3%. Änderungen der Perme-

abilität treten nur in den ersten Monaten nach der Fabrikation auf, so daß nach dieser Zeit keine größeren Fehler in der Selbstinduktion mehr erwartet werden können. Durch die Größe des Luftspaltes und die Topfkern selbst blieben die Windungszahlen in erträglichen Grenzen.

Die Schwingkreisgüten wurden durch Messung der Halbwertbreite $\Delta\nu$ der Resonanzkurven nach

Beziehung $Q = \frac{1}{\delta_L + \delta_C} = \frac{\nu}{\Delta\nu}$ zu $Q=80$ bis 100 ermittelt.

Zum Abgleich der Spulen und Kondensatoren standen ein Meßkondensator und ein Stimmabgleichsgenerator (435 Hz) zur Verfügung. Ersterer konnte als Normal mit einer Genauigkeit von 0,2% verwendet werden, der Stimmabgleichsgenerator weist eine Frequenzgenauigkeit von weniger als 1 Hz auf, was ebenfalls

einer Genauigkeit von 0,2% entspricht. Somit liegt der zu erwartende Fehler innerhalb dieser Angaben unter 1%.

Die vollständige Schaltung eines Filters zeigt Abb. 7. Das Filter besteht zunächst aus einem Grundglied in π -Schaltung.

Die Forderung nach genügender Selektion hängt eng mit der Forderung nach einer guten Anpassung

des Wellenwiderstandes im Durchlaßbereich an den Generatorwiderstand zusammen. Durch Endgliedglieder — nach ZOEBEL — kann die Anpassung erreicht werden, gleichzeitig wird dadurch der Dämpfungsanstieg zu beiden Seiten des Filters versteilert. Das Dämpfungsminimum im Sperrbereich liegt dann etwa 30 db, dieses ist für den vorliegenden Zweck zu kleiner Wert; um höhere Werte zu erhalten, wird in die Siebkette ein m -Glied eingeschaltet. Das Glied liegt mit seiner Dämpfungsspitze im Dämpfungsminimum der bisherigen Kette und füllt dieses aus. Dadurch wird das Minimum der Sperrdämpfung 50 db erreicht und auch in größeren Frequenzbereichen nicht mehr unterschritten.

Durch Zusammenfassung der Querglieder läßt sich die Zahl der Schwingkreise und damit die Zahl verwendeten Schaltelemente erniedrigen.

Die Berechnung erfolgte nach den nachstehend gegebenen Formeln. In ihnen bedeuten: f_1, f_2 Bandgrenzen; Δf Bandbreite; R = Abschlußwiderstand Filters, $Z=0,98 R$ = Wellenwiderstand des Filters. Mit dem Parameter $m=0,6$ für die Endglieder und $m=0,8$ für das m -Glied lassen sich die Werte der Glieder aus den Grundwerten errechnen.

$$\text{Grundwerte: } L_1 = \frac{Z}{2\pi \Delta f} \quad C_1 = \frac{\Delta f}{2\pi f_1 f_2 Z}$$

$$L_2 = \frac{\Delta f \cdot Z}{2\pi f_1 f_2} \quad C_2 = \frac{1}{2\pi \Delta f \cdot Z}$$

$$\text{Grundglied: } L_{1G} = 2L_1 \quad C_{1G} = \frac{C_1}{2}$$

$$L_{2G} = L_{3G} = L_2 \quad C_{2G} = C_{3G} = C_2$$

m -Glied: $m=0,8$

$$L_{1M} = \frac{2mL_2}{1-m^2} = 4,44L_2 \quad C_{1M} = \frac{1-m^2}{2m}C_2 = 0,22C_2$$

$$L_{2M} = 2mL_1 = 1,6L_1 \quad C_{2M} = \frac{C_1}{2m} = 0,625C_1$$

$$L_{3M} = L_{4M} = \frac{L_2}{m} = 1,25L_2 \quad C_{3M} = C_{4M} = mC_2 = 0,8C_2$$

abgibt: $m = 0,6$

$$= \frac{m L_2}{1 - m^2} = 0,94 L_2$$

$$C_{1E} = \frac{1 - m^2 C_2}{m} = 1,07 C_2$$

$$= m L_1 = 0,6 L_1$$

$$C_{2E} = \frac{C_1}{m} = 1,67 C_1$$

$$= \frac{L_2}{m} = 1,67 L_2$$

$$C_{3E} = m C_2 = 0,6 C_2.$$

Die Filter wurden folgende Filterbreiten gewählt:

1. 270—440 Hz	7. 1410—1660 Hz
2. 440—610 Hz	8. 1660—1930 Hz
3. 610—780 Hz	9. 1930—2230 Hz
4. 780—970 Hz	10. 2230—2580 Hz
5. 970—1180 Hz	11. 2580—3000 Hz.
6. 1180—1410 Hz	

In den Bandgrenzen beträgt der Dämpfungspegel der einzelnen Filter etwa 5 db. Die Frequenzgänge der Filter, jedes für sich gemessen, zeigt die Abb. 8.

Bei der Errechnung der Werte für die Filterspulen ergab es sich heraus, daß für die höheren Filter bei hohen Abschlußwiderständen die Spulen Werte annehmen, die in einem ungünstigen Verhältnis zueinander und zu den Kondensatoren standen. Da durch Erhöhung des Abschlußwiderstandes das L/C -Verhältnis günstiger wird, sind schließlich folgende Werte gewählt worden:

Für die Bandpässe 1 bis 4 $R = 1000 \Omega$,
5 bis 8 $R = 1500 \Omega$,
9 bis 11 $R = 2000 \Omega$.

Für den Tiefpaß in der Frequenzmeßbaugruppe bedarf der Abschlußwiderstand 100Ω (Tiefpaß P_2).

In Abb. 9 zeigt Kurve A für alle Filter typischen Verlauf des Eingangswiderstandes, Kurve B das Verhalten der Ausgangsimpedanz bei optimal angelegtem Filter. Daraus ist ersichtlich, daß die Ebnung des Eingangswiderstandes durch Verwendung der Halbglieder nahezu ideal ist. Die wiederholbaren Kurven wurden durch den Tonfrequenzanalyser Typ FNA bzw. FTA der Firma Rohde & Schwarz in Verbindung mit dem Mittelwertgenerator als Frequenzweisanlage registriert. Die Messung durch Verwendung des Schreibers Enograph-G.) zeigt deutlich zu erkennen, daß die beiden Minima der Sperrdämpfung symmetrisch zur Mittenfrequenz etwa 50 db liegen. Außerdem läßt die Kurve die steile Flankensteilheit erkennen.

Die Erfahrung zeigt, daß es nicht unbedingt nötig ist, auf der Syntheseseite schmalbandige Filter mit steilen Flanken zu verwenden. Es besteht die Möglichkeit, an einem Punkt P (s. Abb. 9) innerhalb des Bandes eine Filterkurve zu finden, die den in Abb. 9,

Kurve B gezeigten Verlauf besitzt. Im praktischen Betrieb hat es sich gezeigt, daß die Filter mit geringerer Flankensteilheit auf der Syntheseseite in ihrem Zu-

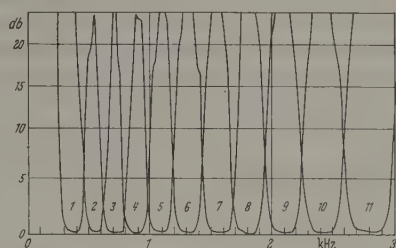


Abb. 8. Frequenzgänge der Filter 1 bis 11

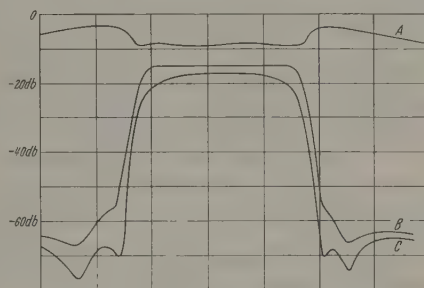


Abb. 9. Typischer Frequenzgang eines Filters

sammenwirken den steileren Filtern hinsichtlich der erreichbaren Verständlichkeit überlegen sind.

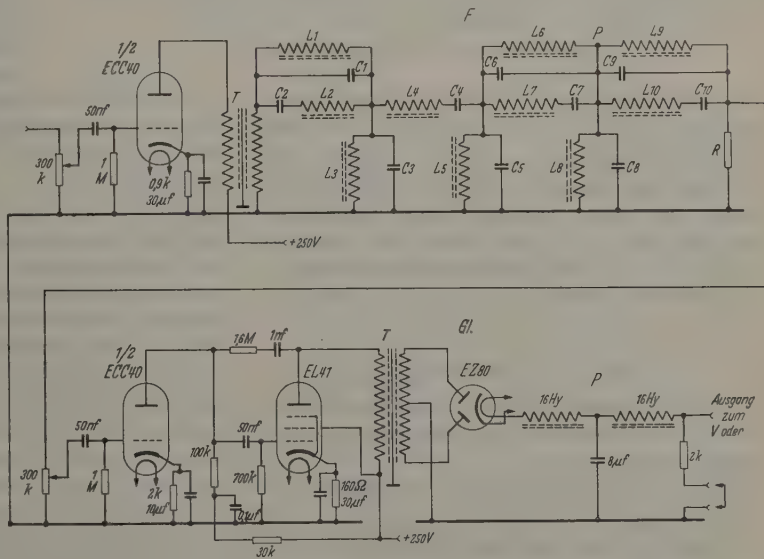


Abb. 10. Filter- und Demodulationsstufe

Einschwingvorgänge machen sich nur bei Übersteuerungen in störendem Maße bemerkbar. Die unterschiedlichen Einschwingzeiten der Filter, bedingt durch ihre verschiedenen Bandbreiten, sind in ihrer Zeitdauer und Zeitdifferenz gegenüber anderen Laufzeiten zu vernachlässigen.

Die resultierenden Filterspannungen werden auf der Analyseseite je einem zweistufigen Verstärker,

s. Abb. 10, zugeführt, der die Spannungen auf etwa 60 V Anodenwechselspannung verstärkt. Innerhalb seines durch 3-stufige π -Filter F bestimmten Übertragungsbereiches hat ein jeder der Verstärker konstante Verstärkung. Die Verstärkung ist durch Gegenkopplung linearisiert. Im vorliegenden Fall besteht ein jeder der Verstärker aus einem Triodensystem der ECC 40 und einer steilen Endröhre EL 41. Die Leistungsröhre arbeitet auf einen Ausgangstransformator, der sekundär für 2mal 2000 Ω ausgelegt ist. Dieses Übersetzungsverhältnis ist in Hinsicht auf die Anpassung des sich anschließenden Gleichrichters und

Rauschgenerator an die Filter angeschaltet. Bei Überschreiten einer Schwellenspannung von 4 V wird zum Impulsgenerator umgeschaltet. Gleichzeitig steuert die Gleichspannungsamplitude die Impulsfrequenz des Impulsgenerators nach der Schaltung Abb. 11. Gleichspannungsamplitude und Impulsfrequenz sind einander proportional. Hierdurch kann die Tonhöhe der ursprünglichen Sprache wieder gewonnen werden. Zur Modulation der Frequenzbereiche bei der Sprachsynthese dient ein dem Codierer ähnlicher Filtersatz 1–11, Abb. 1b. Das eingeschaltete Rausch- oder Impulsspektrum wird durch diesen

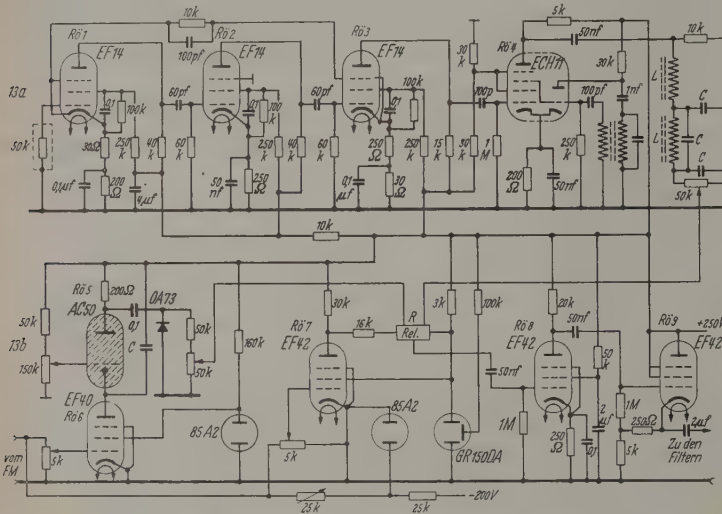


Abb. 11. Rauschgenerator, Impulsgenerator und Umschalter

Tiefpasses P gewählt worden. In der normalen Schaltung des Gleichrichters arbeitet eine Röhre in Doppelweggleichrichtung.

Für die Ausführung der Spule des Tiefpasses P wurde ein lamellierter Eisenkern aus Mu-Metall verwendet, der wegen der auftretenden Gleichströme einen Luftspalt von 0,5 mm besitzt. Die bei einem solchen Kern mit M-42 Kernblechschnitt notwendige Windungszahl beträgt mit

$$A_L = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ Hy/n}^2$$

und

$$L = 16 \text{ Hy} \quad n = 5400 \text{ Windungen.}$$

Um den vorhandenen Wickelraum voll auszunutzen zu können, wurde Kupferlackdraht mit 0,12 mm Durchmesser verwendet.

Der erforderliche Kondensator für diesen Tiefpaß ist mit 8 μF errechnet worden.

Die gesamte Schaltung der Verstärker einschließlich Filter F , Gleichrichter GL und Tiefpaß P zeigt Abb. 10. Die Doppelweggleichrichtung wurde wegen günstiger Bemessungsmöglichkeit der Zeitkonstanten im Gleichrichterkreis gewählt.

Wie eingangs ausgeführt, wird die Erzeugung des Linienspektrums für die stimmhaften Laute in einem Impulsgenerator IG und für die stimmlosen Laute in einem Rauschgenerator RG vorgenommen. Nach Vorgabe einer vom Frequenzmesser gelieferten Gleichspannung wird der Umschalter U betätigt, s. Abb. 1b. Für stimmlose Laute und in Sprechpausen ist der

Filtersatz ebenso zerlegt wie an der beschriebenen Coderseite, daß an den Filterausgängen Wechselspannungen verschiedener Frequenz, aber gleicher Amplitude zur Verfügung stehen. Diese Wechselspannungen werden durch einen nachgeschalteten Modulator in der Amplitude entsprechend der vom Coder gelieferten Gleichspannung moduliert. Am Ausgang eines jeden Modulators entsteht das Modulationsprodukt $(\omega, \Omega + \omega, \Omega - \omega)$. Niederfrequente Schwingungen (ω), die sich als Gleichspannungsstöße bemerkbar machen, werden durch einen Hochpaß, s. Abb. 1b, ausgesiebt. Die über Entkopplungsglieder zusammengefaßte Modulationsprodukte aller Modulatoren wird nach Passieren des Hochpasses einem Verstärker zugeführt, der es in hohen Schall umwandelt.

Die Arbeitsweise des Impuls- und Rauschgenerators sei an Hand der Abb. 11 beschrieben. In Abb. 11a stellt Abb. 11a den Rauschgenerator und Abb. 11b den Impulsgenerator dar. Als Rauschquelle wird ein Drahtwiderstand W von 50 k Ω benutzt. Zur Vermeidung des niederfrequenten Rauschens der verwendeten Verstärkerröhren wird die Rauschspannung des Drahtwiderstandes nur im Frequenzgebiet von etwa 100 bis 150 kHz verstärkt. Durch frequenzabhängige Gegenkopplung wird die Verstärkung innerhalb des Übertragungsbereiches stabilisiert. Die verstärkte Rauschspannung wird mit einer Frequenz von etwa 125 kHz in der Röhre $R\ddot{O} 4$ moduliert, so daß am Ausgang des Modulators zwei weiße Rauschspannungen mit einem Frequenzbereich bis 25 kHz entstehen. Ein Tiefpaß begrenzt dieses Rauschspektrum auf eine Bandbreite von 10 kHz. Dem Tiefpaß folgt ein Verstärker.

Die auf 1 Hz Bandbreite entfallende Rauschleistung ist im Frequenzgebiet bis 10 kHz nahezu konstant. An den Bandgrenzen treten Abweichungen von weniger als 10% auf. Oberhalb 10 kHz nimmt die Rauschleistung rasch ab. Die gesamte Rauschleistung des Generators oberhalb 10 kHz beträgt etwa den dritten Teil der Rauschleistung unterhalb 10 kHz. Damit läßt sich aus der Gesamtrauschleistung N des Generators die auf 1 Hz Bandbreite (f') bezogene Rauschleistung N/f' berechnen, wenn man eine effektive Bandbreite von $\Delta f = 13 \text{ kHz}$ zugrunde legt. Die maximale auf 1 Hz bezogene Rauschleistung d

Die Messung des Übungseffektes bestand darin, daß man einigen Versuchspersonen (Vp.) ohne vor-

herige Einführung in die Art der zu hörenden Sprache sinnvolle Worte bot, die sie erkennen und aufschreiben mußten. Dabei war ersichtlich, daß die Fähigkeit, Worte zu erkennen, in den ersten Minuten sehr gering war. Nach etwa 100 Worten war eine gleichbleibend zunehmende Verständlichkeit zu verzeichnen. Nach längerer Zeit nahm der Zuwachs an Verständlichkeit ab, inzwischen wurde aber eine Wortverständlichkeit von 70% erreicht. Die noch mögliche Verbesserung der Wortverständlichkeit bei dieser Apparatur würde bedingen, daß man die Vp. solange schult, bis eine Zunahme des Übungseffektes nicht mehr zu verzeichnen ist. Mit solchen Vp. würde sich eine dauernde Wortverständlichkeit von über 80% erzielen lassen, wobei es günstig wäre, akustisch vorgebildete Personen zu verwenden, weil diese in ihrem Gehör bereits soweit geschult sind, daß sie selbst bei mangelnder Verständlichkeit hervorragende Resultate erzielen.

Es sei von zwei Fällen berichtet, in denen ein besonders gutes Ergebnis vorlag:

1. Eine Versuchsperson, die nachweislich sehr viel telefoniert hat, hat bei den oben angeführten Messungen eine Wortverständlichkeit von 90% erreicht,
2. eine Versuchsperson, deren private Interessen sehr mit akustischen Dingen zusammenhängen und die in der Lage war, die gehörte Sprache genügend zu abstrahieren, erzielte eine Wortverständlichkeit von 86%, ohne daß eine längere Übung nötig war.

In beiden Fällen, die man allerdings nicht als Durchschnitt ansehen kann, ergab sich, daß die erreichte Wortverständlichkeit weit über den Erwartungen lag. Die so gefundenen Ergebnisse, die einen Teil aus dem Gesamtergebnis darstellen, können bei längerer Einführung der Vp. wohl allgemein erreicht werden.

Als vorläufiges Ergebnis der Untersuchungen, die sich auf 8 Vp. über längere Zeit erstreckten, ist folgendes erzielt worden:

Wortverständlichkeit 66 bis 90%, im Mittel 80%,
Satzverständlichkeit 61 bis 82%, im Mittel 74%.

Die Festlegung der „Wort“- bzw. „Satzverständlichkeit“ ist so gewählt worden, daß z.B. jedes Wort, das nur zum Teil akustisch richtig verstanden worden war, aber nicht das verlangte Wort darstellte, als Fehler gewertet wurde; bei der Satzverständlichkeit wird die Wortverständlichkeit sich in noch größerem Maße auswirken, jedoch kann hier infolge des Satzzusammenhangs vieles ergänzt und richtiggestellt werden, was im einzelnen oder für sich allein als Fehler zählen würde. Demzufolge ist die Festlegung der Satzverständlichkeit so gewählt worden, daß jeder fehlerhafte Satz, gleichgültig ob mit 1 oder mehreren Fehlern, als falsch gewertet wurde.

Ein weiterer Versuch ist gemacht worden, um die Verständlichkeit zu prüfen, wenn der Vocoder nur mit einem Impulsgenerator fester Frequenz betrieben wurde. Demzufolge klang die wiedergegebene Sprache monoton. Die Verständlichkeit ist nicht so groß wie bei einer Frequenzsteuerung der Grundwelle. Auch hier werden im Optimum rund 60% Wort- und Satzverständlichkeit erzielt. Ein Versuch unter Ausschaltung des Impulsgenerators liefert eine Flüstersprache mit einer mittleren Verständlichkeit von 45%.

Abschließend seien die gefundenen Ergebnisse zusammengefaßt. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß diese als vorläufige Meßergebnisse anzusehen sind, so daß noch eine gründliche Bestätigung und eventuell günstigere Resultate erzielt werden können.

Allgemein kann gesagt werden, daß eine Wortverständlichkeit von rund 80% und eine Satzverständlichkeit von rund 70% mit dem entwickelten Gerät erreicht worden ist.

Der Wortverständlichkeitsverlust bei Abschaltung des Filters

Nr. 1 ergab 75%,	Nr. 7 ergab 8%,
Nr. 2 ergab 50%,	Nr. 8 ergab 10%,
Nr. 3 ergab 31%,	Nr. 9 ergab 14%,
Nr. 4 ergab 22%,	Nr. 10 ergab 18%,
Nr. 5 ergab 16%,	Nr. 11 ergab 23%,
Nr. 6 ergab 11%,	

Die Wortverständlichkeit bei fester Impulsfrequenz ohne Rauschgenerator ergab bei Grundfrequenzen von

20 Hz 42,4%,	110 Hz 60,1%,	200 Hz 46,2%
30 Hz 40,2%,	140 Hz 57,5%,	230 Hz 43,3%
50 Hz 30,7%,	170 Hz 50,2%,	260 Hz 42,8%
80 Hz 45,3%,		

Zusammenfassung

Die bei Sprachübertragungen zur Zeit verwendete Kanalbreite von etwa 3 kHz wird auf Grund der Eigentümlichkeiten der menschlichen Sprache nicht ausgenutzt. Im Zuge der Bemühungen um eine Frequenzbandkompression wurde ein Gerät entwickelt, mit dem eine Sprachanalyse nach Frequenzbereichen und Grundtonhöhe im „Coder“ erfolgt, während die Sprachsynthese mit Hilfe der im Coder gewonnenen Steuersignale im „Voder“ erfolgt.

In der vorliegenden Arbeit sind die für eine vollständige Sprachwiedergabe wesentlichen Schaltungsgruppen wiedergegeben. Auf Grund von Sprachverständlichkeitsuntersuchungen ergab sich eine Wortverständlichkeit von etwa 80%. Die dabei benötigte nominelle Kanalbandbreite beträgt 12×25 Hz bis 300 Hz.

Eine vorläufige Untersuchung behandelt den Einfluß der einzelnen Kanäle auf die Sprachverständlichkeit.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor W. KROEBEL, möchte ich für die Aufgabenstellung und für die großzügige Förderung bei der Durchführung der Arbeit meinen besonderen Dank aussprechen.

Ferner gilt man Dank den Angehörigen der Institutswerkstatt für ihre stetige praktische Hilfe.

Literatur: [1] DUDLEY, H.: J. Acoust. Soc. Am. 11, (1939). — [2] DUDLEY, H.: Bell. Syst. Techn. J. 15, (1940). — [3] HALSEY, R. J., and J. SWAFFIELD: J. Inst. Electr. Engrs. 95, III (1948). — [4] MILLER, D. C.: The science of musical sounds. New York 1922. — [5] MEYER, W.: Elektrische Klangerzeugung. Bonn: Dünnert 1949. — [6] TRENDLENBURG, F.: Einführung in die Akustik. Berlin: Springer 1939. — [7] RANKE, O. F., u. H. LULL: Gehör, Stimme, Sprache. Berlin: Springer 1953. — [8] STUMPF, C.: Die Sprachlaute. Berlin: Springer 1926. — [9] HELMHOLTZ, H. v.: Die Lehre von der Tonempfindung. Braunschweig: F. Vieweg 1870. — [10] WINCKEL, F.: F.

8 (1952). — [11] WINCKEL, F.: Funk u. Ton 5, 328 — [12] FELDTKELLER, R.: Einführung in die Siebungstheorie. 1956. — [13] FELDTKELLER, R.: Einführung in die Vierpoltheorie. 1937. — [14] HOFFMANN, G.: Mentor 7, 310 (1953). — [15] ROTHGORDT, U.: Entz. eines Gerätes zur synthetischen Sprachwiedergabe. Arbeit, Kiel 1954. — [16] HAUSER, O.: Ein Gerät zur tischen Erzeugung stationärer Sprachlaute. Diplom. Kiel 1954. — [17] GÖKE, H.: Die Synthese einer

kodifizierten Sprache mittels eines Voders und dessen experimentelle Entwicklung. Staatsexamensarbeit, Kiel 1956. — [18] Philips-Valvo G.m.b.H. Hamburg: Technische Angaben über FXC-Materialien, Ausgabe 1, 1955. — [19] PETERSON, G.E.: J. Acoust. Soc. Am 24, 175 (1952). — [20] VILBIG, F., u. K.H. HAASE: NTF 3, 81 (1956).

GEORG KROHM,
Institut für angewandte Physik der Universität Kiel

Das induktive Verhalten von p - n -Gleichrichtern bei starken Durchlaßbelastungen

VON EBERHARD SPENKE

Mit 20 Textabbildungen

(Eingegangen am 10. September 1957)

I. Einleitung

§ 1. Aufgabenstellung und Plan der Arbeit

Der Scheinwiderstand von Kristallgleichrichtern den letzten 25 Jahren oft untersucht worden [1] [5]. Bis 1952 haben die Messungen stets einen widerstandsverlauf ergeben, der bis zu recht Frequenzen durch die Parallelschaltung eines en Leitwertes und einer Kapazität dargestellt n konnte. Auch theoretisch war dieses kapazi- Verhalten gut verständlich [2], [3]. So bedeutete e große Überraschung, als Versuche der Feldt- schen Schule (Th. EINSELE [16] und [17], F. EIBER [18], S. KOHN und W. NONNENMACHER und G. KOHN [20]) ergaben, daß der Flußleit- stark belasteter Germaniumdioden ein induktives lten zeigt.

Um Verständnis dieser Erscheinung stellten sich st einige, zum Teil historisch bedingte Schwie- ren entgegen. Der eigentliche p - n -Übergang muß a nach allen theoretischen Vorstellungen kapä- erhalten und tut dies auch, wie es die Messungen kleiner Flußbelastung und unter Vorbelastung errichtung zeigen. Der Widerstand des zum lichen p - n -Übergang in Reihe liegenden bulks, er die „Bahnwiderstände“ der neutralen hohen p - und n -Gebiete sind aber zunächst einmal die Dotierung dieser Gebiete gegeben und sollten ch einfach ohmschen Charakter haben.

Es ist induktive Verhalten des Flußleitwertes läßt st verstehen (Y. KANAI [21], K. SEILER und UCHERER [22], W. GUGGENBÜHL [23]), wenn die ation der Bahnwiderstände durch die Strombelä- berücksichtigt wird. Namentlich A. HERLET [24] zeigt¹, daß bei starken Durchlaßbelastungen die injektion ein solches Ausmaß erreicht, daß Minoritätsträgerdichte die Dotierungskonzentra- ncht nur erreicht, sondern sogar großend- weise überschreitet (s. Abb. 1). Das gleiche ann erst recht für die Majoritätsträgerdichte,

ine Modulation des Widerstandes von neutralen Bahn- n ist allerdings schon lange vor der Herletschen Arbeit rachtet worden, z. B. bereits in den ersten ausführlichen torpublikation von J. BARDEEN und W. H. BRATTAIN amentlich S. 1223) sowie von R. BRAY und B. R. Gos- 6]. Bei einem sehr unsymmetrisch dotierten p - n -Über- e die Anhebung nicht nur der Minoritäts-, sondern auch oritätsträgerdichte und damit die Bahnwiderstands- a auch ganz gut vorstellbar, jedenfalls auf der r dotierten Seite. Beim symmetrischen p - n -Übergang dagegen sicher etwas überraschend.

die ja aus Neutralitätsgründen stets um die Dotie- rungskonzentration größer als die Minoritätsträger- dichte sein muß. Durch diese größenordnungsweise Steigerung beider Trägerdichten wird der Bahnwider- stand drastisch — und zwar proportional mit der Wur- zel aus der Stromdichte i — gesenkt.

Daß eine derartige belastungsabhängige Variation der Trägerkonzentrationen Trägerverscheinungen

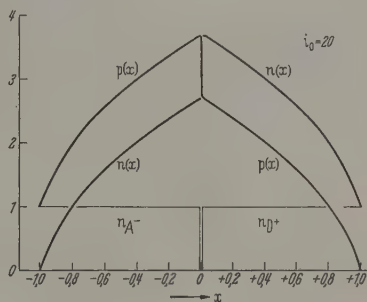


Abb. 1. Verlauf der Konzentrationen $p(x)$ und $n(x)$ bei hoher Strombelastung ($i_0 = 20$)

zeigt, ist nicht unplausibel. Weiter tritt bei starken Durchlaßbelastungen der Widerstand des eigentlichen p - n -Übergangs gegenüber dem Bahnwiderstand zurück und so eröffnete die geschilderte Modulation des Bahnwiderstandes ein Verständnis für das induktive Verhalten der Kristallgleichrichter bei starken Durchlaßbelastungen. Freilich drängt sich hier der Einwand auf, daß die belastungsabhängigen Konzentrations- erhöhungen und -verminderungen in den Bahngebieten genau so Speichercharakter haben wie das seit langem bekannte belastungsabhängige Deponieren oder Ab- ziehen von Trägern an den Grenzen der Raumladungs- zone. Die letztgenannte Erscheinung ist ja aber die Ursache der Raumladungskapazität. Von dieser Seite her betrachtet, würde man also auf kapazitive Folgen der Konzentrationsänderungen in stark belasteten Bahngebieten schließen.

Das Rätsel löst sich einfach in der Weise, daß in Wirklichkeit beide Folgen eintreten. Die Variation der Trägerkonzentrationen in den Bahngebieten folgt einer wechselnden Belastung mit einer gewissen Trägheit. Das wirkt sich wie die Überbrückung eines Teils des Bahnwiderstandes durch eine Induktivität aus (s. Abb. 2). Die Speicherung von zusätzlichen Trägerkonzentrationen in den Bahngebieten hat aber auch

kapazitiven Charakter, und zwar erscheint diese „Diffusions“- oder „Injektions-Kapazität C_{Diff} “ parallel zur Raumladungskapazität C_J (s. Abb. 3). Dies hat SHOCKLEY schon in seiner grundlegenden p - n -Arbeit [27] und in seinem Buch [28] für den Fall schwacher Injektionen gezeigt. Es stellt sich heraus, daß sich daran bei starken Injektionen im Prinzip nichts ändert, wenn auch die Dinge quantitativ natürlich anders liegen.

All diese Überlegungen sollen in der vorliegenden Arbeit an einem sehr vereinfachten Gleichrichtermodell

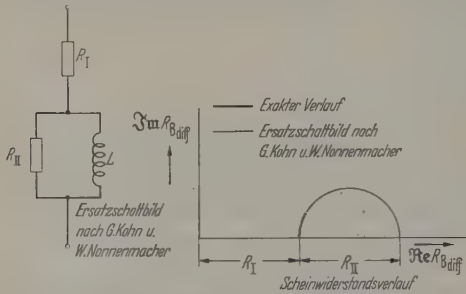


Abb. 2. Bahnwiderstand eines p - n -Gleichrichters

durchgerechnet werden. Einige halbquantitative Zusammenhänge lassen sich aber auch ohne Bezugnahme auf ein spezielles Modell darstellen (I § 2).

Kap. II beschreibt dann in § 1 das in der vorliegenden Arbeit benutzte vereinfachte Gleichrichtermodell. § 2 behandelt sehr summarisch, aber völlig ausreichend

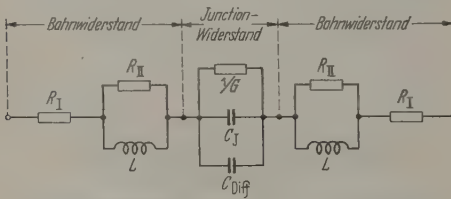


Abb. 3. Ersatzschaltbild für den ganzen p - n -Gleichrichter

das schmale Raumladungsgebiet. § 3 stellt die Grundgleichungen für die Durchrechnung der Bahngebiete $-d < x < x_r \approx 0$ und $0 \approx x_r < x < +d$ zusammen.

Kap. III wiederholt knapp die schon von A. HERLET [24] gegebene Gleichstromtheorie. Kap. IV bringt rein formal die vollständige Lösung der mit Besselschen Funktionen arbeitenden Wechselstromtheorie. In Kap. V wird der praktisch leider bedeutungslose, aber theoretisch aufschlußreiche Grenzfall „kleiner“ Gleichstrombelastung aus der allgemeinen Lösung des Kap. IV entwickelt, während in Kap. VI das Entsprechende für den Grenzfall „niedriger“ Frequenz geschieht. Die Gültigkeitsgrenze dieser Näherung wird im allgemeinen in der Größenordnung 10^4 Hz liegen.

§ 2. Einige halbquantitative Überlegungen

Wenn den Gleichrichter eine Stromdichte

$$i(t) = i_0 + i_1 e^{i\omega t}, \quad (\text{I } 2.01)$$

$$\frac{i_1}{i_0} \ll 1 \quad (\text{I } 2.02)$$

durchfließt, so setzen sich auch die Elektronendichte $n(x, t)$, die Defektelektronendichte $p(x, t)$ und die

Feldstärke $E(x, t)$ aus zeitunabhängigen Gleichungen $n_0(x)$, $p_0(x)$, $E_0(x)$ und darüber gelagerten kleinen Wechselanteilen zusammen:

$$n(x, t) = n_0(x) + n_1(x) e^{i\omega t}, \quad (\text{I } 2.03)$$

$$\frac{n_1(x)}{n_0(x)} \ll 1; \quad (\text{I } 2.04)$$

$$p(x, t) = p_0(x) + p_1(x) e^{i\omega t}, \quad (\text{I } 2.05)$$

$$\frac{p_1(x)}{p_0(x)} \ll 1; \quad (\text{I } 2.06)$$

$$E(x, t) = E_0(x) + E_1(x) e^{i\omega t}, \quad (\text{I } 2.07)$$

$$\frac{E_1(x)}{E_0(x)} \ll 1. \quad (\text{I } 2.08)$$

Wir haben in § 1 gesehen, daß wir uns hauptsächlich für die Bahngebiete zu interessieren haben. In herrscht aber Neutralität und es gilt beispielsweise in einem p -Gebiet

$$n_A + n(x, t) = p(x, t), \quad (\text{I } 2.09)$$

woraus sich

$$\frac{\partial}{\partial x} n(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x} p(x, t) \quad (\text{I } 2.10)$$

ergibt. Für prinzipielle Überlegungen ist es nun gebracht, mit gleicher Beweglichkeit μ und daher a gleicher Diffusionskonstante

$$D = \frac{kT}{e} = \mu \mathfrak{B} \quad (\text{I } 2.11)$$

für Elektronen und Defektelektronen zu rechnen. Dann kompensieren sich aber die Diffusionsanteile

$$-(-e) \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial x} n(x, t) \text{ und } -(+e) \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial x} p(x, t) \quad (\text{I } 2.12)$$

der Elektronenstromdichte $i_n(x, t)$ und der Defektelektronenstromdichte $i_p(x, t)$ und die Gesamtstromdichte $i(x, t)$ setzt sich nur aus den Feldströmen $e\mu n(x, t) E(x, t)$ und $e\mu p(x, t) E(x, t)$ zusammen

$$i(x, t) = +eD \frac{\partial n}{\partial x} + e\mu n E - eD \frac{\partial p}{\partial x} + e\mu p E, \quad (\text{I } 2.13)$$

also wegen (I 2.10)

$$i(x, t) = e\mu (n + p) E. \quad (\text{I } 2.14)$$

Mit (I 2.01), (I 2.03), (I 2.05) und (I 2.07) ergibt hieraus für die Größen nullter Ordnung, also für Gleichstromdichte

$$i_0 = e\mu (p_0 + n_0) E_0 \quad (\text{I } 2.15)$$

und für die Größen erster Ordnung, also für die Wechselamplitude der Stromdichte

$$i_1 = e\mu (p_0 + n_0) E_1 + e\mu (p_1 + n_1) E_0. \quad (\text{I } 2.16)$$

Die Wechselstromdichte i_1 kommt also einmal dadurch zustande, daß der Wechselanteil E_1 der Feldstärke Gleichanteile p_0 und n_0 der Konzentrationen in Bewegung versetzt. Ein weiterer Anteil kommt aber dadurch hinzu, daß p und n unter dem Einfluß wechselnden Belastung pulsieren, das also nach (I 2.16)

¹ In Germanium ist $\mu_n/\mu_p \approx 2$ und in Silizium $\mu_n/\mu_p \approx 3$. diesen Halbleitern ist der Beweglichkeitsunterschied also großordnungsmaßig. Hier wird eine Rechnung mit μ_n Ergebnisse liefern, die wenigstens qualitativ bedeutung sind. Das wird bei InSb bzw. anderen III-V-Halbleitern anders sein, bei denen das Beweglichkeitsergebnis bis zu Größenordnungen betragen kann ([29], insbesondere Kap. I).

I 2.05) die Konzentrationen p und n jetzt auch Wechselanteile $p_1(x)e^{i\omega t}$ und $n_1(x)e^{i\omega t}$ enthalten, mit dem Gleichanteil E_0 der Bahnfeldstärke zusammenwirken.

Bei sehr hohen Frequenzen werden nun die Konzentrationen p und n den Belastungsschwankungen weniger folgen können:

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow 0 \quad p(x, t) &\rightarrow p_0(x) \\ \rightarrow 0 \quad n(x, t) &\rightarrow n_0(x) \end{aligned} \right\} \text{ für } \omega \rightarrow \infty. \quad (\text{I } 2.17)$$

Betrachteten Gebiete des Halbleiters benehmen dann wie eine „Festschicht“ mit den eingefrorenen Konzentrationen $p_0(x)$ und $n_0(x)$. Umgekehrt werden durch langsamen Belastungsschwankungen die Konzentrationen p und n gar keine Mühe mit dem Nachkommen haben. Bei erhöhter Belastung, also in der ersten Halbwelle, sind dann auch die Konzentrationen erhöht und es fließt eine größere Stromdichte, als bei eingefrorenen Konzentrationen der Fall wäre.

Bei verminderter Spannung, also in der zweiten Halbwelle, sind bei langsamen Frequenzen auch Konzentrationen abgesenkt und die Verminderung der Stromdichte ist stärker, als dies bei eingefrorenen Konzentrationen der Fall wäre. Eine bestimmte Spannungsamplitude ruft also bei tiefen Frequenzen an der Schicht mit pulsierenden Konzentrationen stärkere Stromamplituden hervor als an einer Festschicht. Die neutralen Bahngebiete eines Gleichrichters verhalten sich demnach bei tiefen Frequenzen besser als bei hohen Frequenzen oder ein Teil des differentiellen Schichtwiderstandes der neutralen Bahngebiete ist bei tiefen Frequenzen kurzgeschlossen. Das eine überbrückende Glied, das bei tiefen Frequenzen Kurzschluß, bei hohen Frequenzen aber ungenutzt ist, ist eine Induktivität. So verstehen wir auch das von G. KOHN und W. NONNENBERGER [19] auf Grund ihrer Messungen angegebene Schaltbild nach Abb. 2 für die Bahngebiete des Gleichrichters (s. hierzu auch W. GUGGENBUHL).

Es folgt, daß wesentliche Teile des Wechselstromverhaltens eines p - n -Gleichrichters schon mit Strombetrachtungen erfaßbar sind. Der Feststromwiderstand nämlich, also die Summe der beiden Widerstände R_I und R_{II} in Abb. 2 ergibt sich durch

$$\text{Integration} \int_{x=0}^{x=1} \frac{dx}{e\mu[p_0(x) + n_0(x)]}, \text{ wofür die}$$

Ergebnisse der Gleichstromdichten $p_0(x)$ und $n_0(x)$ gelten. Für die Berechnung der Widerstandsverminderung durch das Pulsieren der Konzentrationen in der Beschränkung auf tiefe Frequenzen der Konzentrationsänderungen $p_1(x)$ und $n_1(x)$ bei einer zeitlichen Änderung i_1 einer Gleichstrombelastung können aus diesem Grunde wird es erforderlich sein, die von A. HERLET [24] gegebene Gleichstromtheorie von p. III noch einmal darzustellen.

II. Gleichrichtermodell, Raumladungszone und Grundgleichungen

§ 1. Das behandelte Gleichrichtermodell

In folgenden Rechnungen liegt ein möglichst einfaches Modell zugrunde, nämlich ein „völlig symmetrisches“

siehe im einzelnen hierzu Kap. V § 2 und den Kleinwinkeln in Kap. VI § 2.

trischer“ p - n -Gleichrichter mit „kurzen“ Bahngebieten, mit „abruptem“ p - n -Übergang und mit „sperrfreien“ Metallkontakten.

Die „völlige Symmetrie“ erfordert gleiche Beweglichkeiten

$$\mu_p = \mu_n = \mu, \quad (\text{II } 1.01)$$

gleiche Dotierung im p - und im n -Gebiet

$$n_A = n_{D^+}, \quad (\text{II } 1.02)$$

gleiche Dicke des p - und des n -Gebietes

$$d_p = d_n = d \quad (\text{II } 1.03)$$

und gleiche Diffusionslänge im p - und im n -Gebiet

$$L_p = L_n = L. \quad (\text{II } 1.04)$$

„Kürze“ der Bahngebiete bedeutet die Voraussetzung²

$$d \ll L. \quad (\text{II } 1.05)$$

Die Akzeptorenkonzentration n_A ist von $x = -d$ bis $x = 0$ konstant, die Donatorenkonzentration n_{D^+} von $x = 0$ bis $x = +d$. Bei $x = 0$ geht das p -Gebiet „abrupt“ in das n -Gebiet über. Die „Sperrfreiheit“ der Metallelektroden soll dadurch gewährleistet³ sein, daß an den Metallelektroden $x = -d$ und $x = +d$ die Konzentrationen p und n bei allen Belastungen ihre thermischen Gleichgewichtswerte⁴ p_p und n_p bzw. n_n und p_n beibehalten:

$$p(-d) = p_p, \quad (\text{II } 1.06)$$

$$n(-d) = n_p, \quad (\text{II } 1.07)$$

$$n(+d) = n_n, \quad (\text{II } 1.08)$$

$$p(+d) = p_n. \quad (\text{II } 1.09)$$

Die durch die Gln. (II 1.01) bis (II 1.09) näher beschriebene p - n -Struktur wird mit der Stromdichte (I 2.01) belastet. Welche Spannung

$$U_{\text{ges}} = U_{\text{ges}_0} + U_{\text{ges}_1} e^{i\omega t} \quad (\text{II } 1.10)$$

entsteht zwischen den Elektroden bei $x = -d$ und $x = +d$?

Wir teilen die Gesamtspannung U_{ges_0} und U_{ges_1} in die Bahnanteile U_{B_0} bzw. U_{B_1} und in die Raumladungsanteile U_{J_0} bzw. U_{J_1} auf:

$$U_{\text{ges}_0} = U_{B_0} + U_{J_0} + U_{B_0} = U_{J_0} + 2U_{B_0}, \quad (\text{II } 1.11)$$

$$U_{\text{ges}_1} = U_{B_1} + U_{J_1} + U_{B_1} = U_{J_1} + 2U_{B_1} \quad (\text{II } 1.12)$$

und beschäftigen uns zunächst mit dem Raumladungsgebiet.

§ 2. Das Raumladungsgebiet

Die angekündigte summarische Behandlung des Raumladungsgebietes muß in der Hauptsache zwei Paare von Randbedingungen für die spätere Behandlung der Bahngebiete liefern. Während sich das zweite Paar durch eine ziemlich einfache Anwendung des Boltzmann-Prinzips ergeben wird, erfordert die Ableitung des ersten Randbedingungs-paares ein etwas

² (II 1.05) macht eigentlich (II 1.04) überflüssig, solange nur die Bahnlänge d klein gegen L_p und gegen L_n bleibt. A. HERLET hat übrigens in [24], Fußnote 10 und S. 502, 503 gezeigt, daß die für kurze Bahngebiete abgeleiteten Ergebnisse auch bei Verletzung von (II 1.05) gültig bleiben, wenn nur die Belastung groß genug ist.

³ Siehe hierzu ([30], S. 444 und 445).

⁴ Siehe hierzu Anhang I.

genaueres Eingehen auf die Verhältnisse in der Raumladungszone.

In dieser Zone werden üblicherweise¹ die beweglichen Raumladungen $+ep(x)$ und $-en(x)$ gänzlich vernachlässigt. Die Raumladungsdichte ist dann links $-en_A$ und rechts $+en_D$ und es ergibt sich eine wohldefinierte endliche Breite l_J der Junction, innerhalb deren parabolische Potential- und lineare Feldverläufe vorliegen (s. Abb. 4). Die Breite l_J ist eine Funktion

so betrachten, als ob an den beiden Enden der Strecke zwei Schichten von Defektelektronen und von Elektronen mit den Ladungs-Flächendichten $+\sigma_1$ und $-\sigma_1$ hinzugekommen wären (s. Abb. 4). Diese Flächeladungen erzeugen zwischen sich eine ortsunabhängige positive Zusatzfeldstärke

$$E_1 = \frac{4\pi}{\epsilon} \sigma_1 \quad (\text{II } 2.1)$$

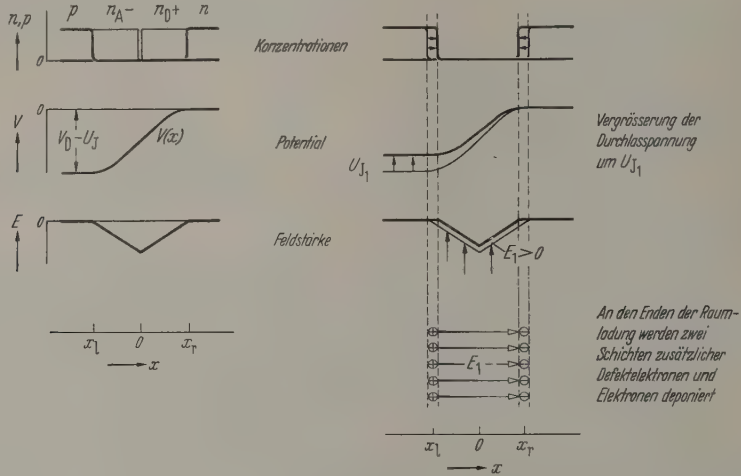


Abb. 4. Kapazitive Wirkung der Raumladungszone

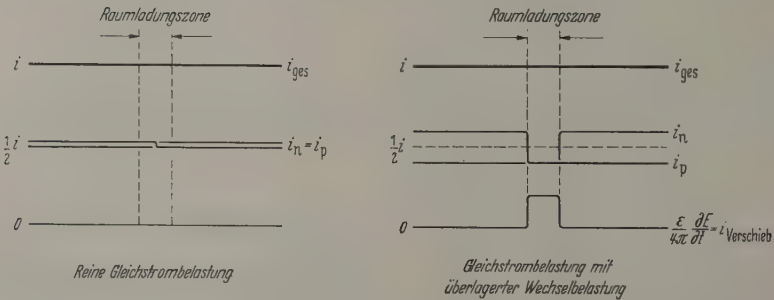


Abb. 5. Symmetrischer p-n-Gleichrichter. Stromaufteilung bei Gleich- und bei Wechselbelastung

des Potentialunterschiedes $V_D - U_J$, wobei nach dem Boltzmann-Prinzip die Diffusionsspannung

$$V_D = \mathfrak{L} \ln \frac{p_p}{p_n} = \mathfrak{L} \ln \frac{n_n}{n_p} \quad (\text{II } 2.01)$$

ist². Wegen der Spannungsabhängigkeit der Breite l_J pulsiert die Raumladungszone bei Überlagerung einer Wechselbelastung, und zwar wird bei Vergrößerung der Vorspannung um U_J die Raumladungszone schmaler, weil sich infolge der bekannten Verwehungseffekte⁴ von links die Defektelektronen ein Stück hereinschieben und von rechts die Elektronen ein Stück der Raumladungszone zuschütten (s. Abb. 4). Man kann diese ganze differentiell zu denkende Änderung aber auch

und demgemäß über die ganze Breite l_J eine zusätzliche Spannung

$$U_J = l_J \cdot E_1 = l_J \cdot \frac{4\pi}{\epsilon} \cdot \sigma_1 \quad (\text{II } 2.2)$$

Durch diese Speicherung der Ladungen

$$\pm \sigma_1 = \pm \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} \cdot U_J \quad (\text{II } 2.3)$$

wirkt die Raumladungszone wie eine Kapazität der Kapazitätslänge l_J .

Das Auf- und Entladen dieser Kapazität erfordert aber nun eine Divergenz der Teilchenströme. Dies können nicht mehr wie im Gleichstromfall die Raumladungszone ungeändert durchsetzen (s. Abb. 5). Vielmehr muß z.B. das Wachsen der linken zusätzlichen Defektelektronenschicht

$$\left. \begin{aligned} + \frac{\partial}{\partial t} \sigma_1 &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_J e^{j\omega t} \\ &= j\omega \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_J e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 2.4)$$

¹ SCHOTTKY, W. [3], namentlich S. 541 bis 543. Siehe auch W. SHOCKLEY [27], namentlich S. 449/450.

² [31] Gl. (IV 6.13).

³ Im Zeitmoment $\omega t = \pi/2$ ist die Spannungsvergrößerung gerade gleich der Amplitude U_J .

⁴ Siehe z.B. [31] S. 79 und S. 93 bis 95.

einen Unterschied zwischen den Defektelektronenstromdichten $i_{p \text{ links}} = i_p(x_l)$ und $i_{p \text{ rechts}} = i_p(x_r)$ zu erhalten:

$$i_p(x_l) - i_p(x_r) = j\omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_{J_1} e^{j\omega t}. \quad (\text{II } 2.06)$$

Spalten diese Gleichung zunächst einmal in eine Gleichung für die zeitunabhängigen Größen und eine Gleichung für die Wechselamplituden auf:

$$i_{p_0}(x_l) - i_{p_0}(x_r) = 0, \quad (\text{II } 2.07)$$

$$i_{p_1}(x_l) - i_{p_1}(x_r) = j\omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_{J_1}. \quad (\text{II } 2.08)$$

Der Defektelektronenstrom wird teils als Feld- und teils als Diffusionsstrom geführt:

$$\left. \begin{aligned} E_0 - eD \frac{dp_0}{dx} \Big|_{x=x_l} \\ - \left[e\mu p_0 E_0 - eD \frac{dp_0}{dx} \right]_{x=x_r} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 2.09)$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 + e\mu p_1 E_0 - eD \frac{dp_1}{dx} \Big|_{x=x_l} \\ - \left[e\mu p_0 E_1 + e\mu p_1 E_0 - eD \frac{dp_1}{dx} \right]_{x=x_r} \\ = j\omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_{J_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 2.10)$$

Aus Symmetriegründen ist nun nach Abb. 6

$$E_0(x_l) = E_0(x_r), \quad (\text{II } 2.11)$$

$$E_1(x_l) = E_1(x_r), \quad (\text{II } 2.12)$$

$$n_0(x_l) = p_0(x_r), \quad (\text{II } 2.13)$$

$$n_1(x_l) = p_1(x_r), \quad (\text{II } 2.14)$$

$$+ \frac{dn_0}{dx} \Big|_{x=x_l} = - \frac{dp_0}{dx} \Big|_{x=x_r}, \quad (\text{II } 2.15)$$

$$+ \frac{dn_1}{dx} \Big|_{x=x_l} = - \frac{dp_1}{dx} \Big|_{x=x_r}. \quad (\text{II } 2.16)$$

In diesen Beziehungen können wir (II 2.09) und (II 2.10) ganz auf die Stelle $x = x_l$ umschreiben, also die Grenze zwischen linker Bahn und Raumladungszone. Diese Stelle $x = x_l$ dürfen wir mit $x = 0$ identifizieren, weil die symmetrisch zu $x = 0$ liegende Raumladungszone sehr schmal ist und weil die Gln. (II 2.09) und (II 2.10) im folgenden nur als Randbedingungen für die Behandlung der linken Bahn benutzt werden. Verwenden wir schließlich noch die Boltzmann-Townsend-Einstein-Beziehung (I 2.11), so erhalten wir:

$$(p_0 - n_0) E_0 - \mathfrak{L} \left(\frac{dp_0}{dx} + \frac{dn_0}{dx} \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad (\text{II } 2.17)$$

$$\left. \begin{aligned} (p_1 - n_1) E_1 + (p_1 - n_1) E_0 - \mathfrak{L} \left(\frac{dp_1}{dx} + \frac{dn_1}{dx} \right) \Big|_{x=0} \\ = j\omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{1}{l_J} U_{J_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 2.18)$$

Das erste Paar von Randbedingungen für die Behandlung der linken Bahn, das uns der vorliegende Aufsatz liefern sollte. Das zweite Paar ergibt sich nun einfach aus der bekannten¹ Überlegung, daß in der Raumladungszone praktisch auch bei Stromdurchfluß Boltzmann-Gleichgewicht herrschen muß. Hier-

aus folgt

$$\frac{p(x_l)}{p(x_r)} = e^{\frac{V_D - U_{J_1}}{\mathfrak{L}}}. \quad (\text{II } 2.19)$$

Mit der Aufspaltung (I 2.03), (I 2.05) und (II 1.10) in Gleich- und Wechselanteile, mit den Symmetriebeziehungen (II 2.13) und (II 2.14) und mit der Identifizierung der Stelle „links“ mit der Stelle $x = 0$ kommt

$$\frac{p_0 + p_1 e^{j\omega t}}{n_0 + n_1 e^{j\omega t}} \Big|_{x=0} = e^{\frac{V_D}{\mathfrak{L}}} e^{-\frac{U_{J_0}}{\mathfrak{L}}} e^{-\frac{U_{J_1}}{\mathfrak{L}} e^{j\omega t}}. \quad (\text{II } 2.20)$$

Berücksichtigt man schließlich noch, daß alle Wechselamplituden genügend klein sein sollen, um eine Linearisierung zu gestatten, so erhalten wir das gewünschte zweite Paar von Randbedingungen

$$\left[\frac{p_0}{n_0} \right]_{x=0} = e^{\frac{V_D - U_{J_0}}{\mathfrak{L}}}, \quad (\text{II } 2.21)$$

$$\left[\frac{p_1}{p_0} - \frac{n_1}{n_0} \right]_{x=0} = - \frac{U_{J_1}}{\mathfrak{L}}. \quad (\text{II } 2.22)$$

§ 3. Die Grundgleichungen für die Bahngebiete

In jeder stromdurchflossenen Halbleiterzone gelten drei Grundgleichungen: Die beiden Kontinuitätsgleichungen für den Defektelektronenstrom i_p und für den Elektronenstrom i_n und die Poissonsche Gleichung²:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{(-e)} \operatorname{div} i_n &= \frac{1}{(-e)} \frac{\partial i_n}{\partial x} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[-D_n \frac{\partial n}{\partial x} - \mu_n n E \right] = -\Re - \frac{\partial n}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 3.01)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{(+e)} \operatorname{div} i_p &= \frac{1}{(+e)} \frac{\partial i_p}{\partial x} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[-D_p \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_p p E \right] = -\Re - \frac{\partial p}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 3.02)$$

$$+e(n_{D^+} + p - n_{A^-} - n) = + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial x}. \quad (\text{II } 3.03)$$

Wir spezialisieren diese Gleichungen für die linke p -dotierte Bahn des in II § 1 beschriebenen Gleichrichtermodells. Hier ist $n_{D^+} = 0$ und wegen der „Kürze“

² Siehe hierzu vielleicht [32], insbesondere Kap. II.

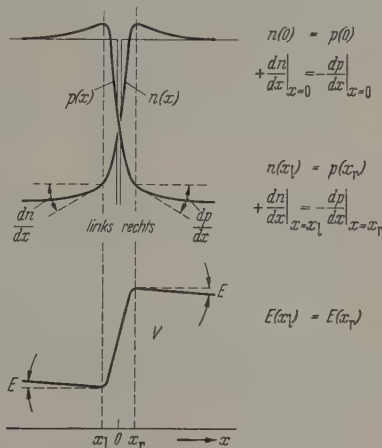


Abb. 6. Symmetriebeziehungen in der Mitte und beiderseits der Raumladungszone

(II 1.05) der Bahngebiete kann der Rekombinationsüberschuß \Re vernachlässigt werden. Vor allem aber machen wir in diesem Bahngebiet die Voraussetzung der Neutralität, was Nullsetzen der rechten Seite von (II 3.03) bedeutet. Mit (II 1.01) und (I 2.11) schließlich nehmen die drei Gleichungen folgende Gestalt an:

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial n}{\partial x} + \frac{1}{\Re} n E\right) = \frac{1}{D} \frac{\partial n}{\partial t}, \quad (\text{II } 3.04)$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\Re} p E\right) = \frac{1}{D} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (\text{II } 3.05)$$

$$p - n = n_A. \quad (\text{II } 3.06)$$

Mit (I 2.03), (I 2.05) und (I 2.07) spalten diese Gleichungen in zwei Tripel auf

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dn_0}{dx} + \frac{1}{\Re} n_0 E_0\right) = 0, \quad (\text{II } 3.07)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dp_0}{dx} - \frac{1}{\Re} p_0 E_0\right) = 0, \quad (\text{II } 3.08)$$

$$p_0 - n_0 = n_A, \quad (\text{II } 3.09)$$

$$\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{1}{\Re} \frac{d}{dx} (n_1 E_0 + n_0 E_1) = \frac{j\omega}{D} n_1, \quad (\text{II } 3.10)$$

$$\frac{d^2 p_1}{dx^2} - \frac{1}{\Re} \frac{d}{dx} (p_1 E_0 + p_0 E_1) = \frac{j\omega}{D} p_1, \quad (\text{II } 3.11)$$

$$p_1 - n_1 = 0. \quad (\text{II } 3.12)$$

(II 3.07), (II 3.08) und (II 3.09) bilden zusammen mit den Randbedingungen (II 2.17), (II 2.21) und den aus (II 1.06) und (II 1.07) für die Gleichanteile sofort folgenden Beziehungen

$$p_0(-d) = p_p, \quad (\text{II } 3.13)$$

$$n_0(-d) = n_p, \quad (\text{II } 3.14)$$

die Grundlage der Gleichstromtheorie, während für die Wechselstromtheorie (II 3.10), (II 3.11) und (II 3.12) zusammen mit den Randbedingungen (II 2.18) und (II 2.22) maßgebend sind, wozu aber noch die aus (II 1.06) und (II 1.07) für die Wechselanteile folgende Randbedingungen

$$p_1(-d) = 0, \quad (\text{II } 3.15)$$

$$n_1(-d) = 0 \quad (\text{II } 3.16)$$

hinzukommen.

III. Gleichstromtheorie

Durch Integration der Gln. (II 3.07), (II 3.08) und (II 3.09) werden in § 1 die Ortsverläufe der Konzentrationen p_0 und n_0 und der elektrischen Feldstärke E_0 ermittelt. In § 2 wird die Feldstärke E_0 über die Bahn integriert und dadurch die Stromspannungskennlinie der *Bahn* gewonnen. In § 3 liefert schließlich die Randbedingung (II 2.21) die Stromspannungskennlinie der *Junction*.

§ 1. Die Ortsverläufe der Konzentrationen und der Feldstärke in der Bahn

Die Gln. (II 3.07) und (II 3.08) lassen sich offensichtlich sofort einmal integrieren:

$$\frac{dn_0}{dx} + \frac{1}{\Re} n_0 E_0 = -\frac{i_0 n}{e\mu \Re}, \quad (\text{III } 1.01)$$

$$\frac{dp_0}{dx} - \frac{1}{\Re} p_0 E_0 = -\frac{i_0 p}{e\mu \Re}, \quad (\text{III } 1.02)$$

wobei die elektronischen und defektelektronischen Anteile i_{0n} und i_{0p} des Gleichstromes i_0 die Rolle von Integrationskonstanten spielen. Diese beiden Konstanten sind aber nicht unabhängig voneinander. Wir addieren (III 1.01) und (III 1.02) und wenden das Resultat an die Stelle $x = 0$ an:

$$\left. \begin{aligned} &\left[\frac{dp_0}{dx} + \frac{dn_0}{dx} - \frac{1}{\Re} (p_0 - n_0) E_0 \right]_{x=0} \\ &= -\frac{1}{\Re} \left[(p_0 - n_0) E_0 - \Re \left(\frac{dp_0}{dx} + \frac{dn_0}{dx} \right) \right]_{x=0} \\ &= -\frac{1}{e\mu \Re} (i_{0p} - i_{0n}). \end{aligned} \right\} \quad (\text{III } 1.03)$$

Vergleich mit der Randbedingung (II 2.17) führt zu

$$i_{0p} = i_{0n} = \frac{1}{2} i_0, \quad (\text{III } 1.04)$$

ein Ergebnis, das infolge der überall vorausgesetzten Symmetrie natürlich unausweichlich ist.

Zur Bestimmung der drei Unbekannten n_0 , p_0 und E_0 haben wir nun also die beiden Gln. (III 1.01) und (III 1.02), in denen (III 1.04) zu berücksichtigen ist, und die Neutralitätsbedingung (II 3.09)

$$\frac{dn_0}{dx} + \frac{1}{\Re} n_0 E_0 = \frac{1}{2} \frac{i_0}{e\mu \Re}, \quad (\text{III } 1.05)$$

$$-\frac{dp_0}{dx} + \frac{1}{\Re} p_0 E_0 = \frac{1}{2} \frac{i_0}{e\mu \Re}, \quad (\text{III } 1.06)$$

$$p_0 - n_0 = n_A. \quad (\text{III } 1.07)$$

Sie müssen gelöst werden unter Beachtung der Randbedingungen (II 3.13) und (II 3.14)

$$p_0(-d) = p_p, \quad (\text{III } 1.08)$$

$$n_0(-d) = n_p. \quad (\text{III } 1.09)$$

Für die Gleichstromtheorie wäre die Verwendung reduzierter Größen nicht erforderlich. Die Wechselstromtheorie, das eigentliche Ziel der vorliegenden Arbeit, wird aber mathematisch etwas verwickelter und die Einführung reduzierter Größen wird die Übersichtlichkeit erhöhen. Wir definieren also

$$\frac{n_0}{p_p + n_p} = n, \quad (\text{III } 1.10)$$

$$\frac{p_0}{p_p + n_p} = p, \quad (\text{III } 1.11)$$

$$\frac{n_A}{p_p + n_p} = n_A, \quad (\text{III } 1.12)$$

$$\frac{p_p}{p_p + n_p} = p_p, \quad (\text{III } 1.13)$$

$$\frac{n_p}{p_p + n_p} = n_p, \quad (\text{III } 1.14)$$

$$\frac{E_0}{\Re/d} = E, \quad (\text{III } 1.15)$$

$$\frac{i_0}{e\mu \Re (p_p + n_p)} = i_0^*. \quad (\text{III } 1.16)$$

* HERLET [24] bezieht die Stromdichte i_0 auf $2e\mu \frac{\Re}{d} n$ während wir hier $e\mu \frac{\Re}{d} (p_p + n_p)$ als Bezugsgröße verwenden. Es gilt also für die Herletsche reduzierte Stromdichte

$$\frac{1}{2} \frac{p_p + n_p}{n_A} i_0 \approx \frac{1}{2} i_0^*.$$

Die Koordinate x in der p -Bahn von $-d$ bis 0 hat in der p -Bahn die reduzierte Koordinate

$$x = \frac{x}{d} \quad (\text{III 1.17})$$

Vertebereich -1 bis 0.

Die Gln. (III 1.05), (III 1.06) und (III 1.07) nehmen reduzierter Schreibweise die Gestalt

$$\frac{dn_0}{dx} + n_0 E_0 = \frac{1}{2} i_0, \quad (\text{III 1.18})$$

$$-\frac{dp_0}{dx} + p_0 E_0 = \frac{1}{2} i_0, \quad (\text{III 1.19})$$

$$p_0 - n_0 = n_A^- \quad (\text{III 1.20})$$

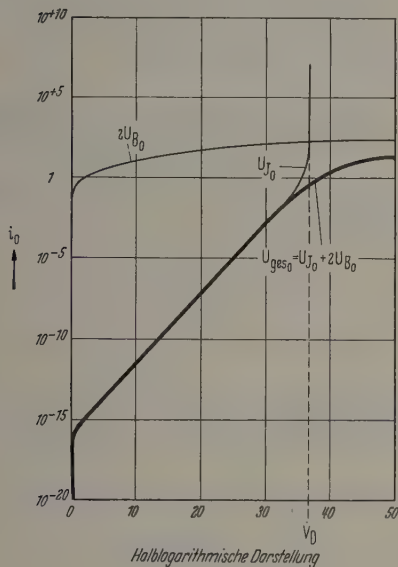


Abb. 7. Gleichstromkennlinie eines p - n -Gleichrichters

und die Randbedingungen (III 1.08 und (III 1.09) unter Zuhilfenahme der Gln. (A I 13) und (4) aus Anhang A I

$$p_0(-1) = p_p = \frac{1}{2}(1 + n_A^-) = 1 - n_p \approx 1, \quad (\text{III 1.21})$$

$$n_0(-1) = n_p = \frac{1}{2}(1 - n_A^-) = n_p \ll 1. \quad (\text{III 1.22})$$

Wir setzen jetzt gleich die Lösung an, die sich unschwer einsetzen verifizieren läßt:

$$n_0(x) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 2 i_0 n_A^- (x+1)} - n_A^- \right), \quad (\text{III 1.23})$$

$$p_0(x) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 2 i_0 n_A^- (x+1)} + n_A^- \right), \quad (\text{III 1.24})$$

$$E_0(x) = \frac{i_0}{\sqrt{1 + 2 i_0 n_A^- (x+1)}}. \quad (\text{III 1.25})$$

Diese Lösung mit ihrer Neutralitätsvoraussetzung für hohen Strombelastungen in der Nähe der Elektrode zu Raumladungsschwierigkeiten führt, wie A. HERLET [24] S. 503 diskutiert. Wir brauchen nicht aufzuhalten, sondern können im nächsten Paragraphen die Bahnspannung U_{B_0} berechnen.

§ 2. Die Stromspannungskennlinie der Bahn

Die Bahnspannung U_{B_0} berechnet sich als Integral der Feldstärke über die ganze Länge einer Bahn

$$U_{B_0} = \int_{x=-d}^{x=0} E_0(x) dx. \quad (\text{III 2.01})$$

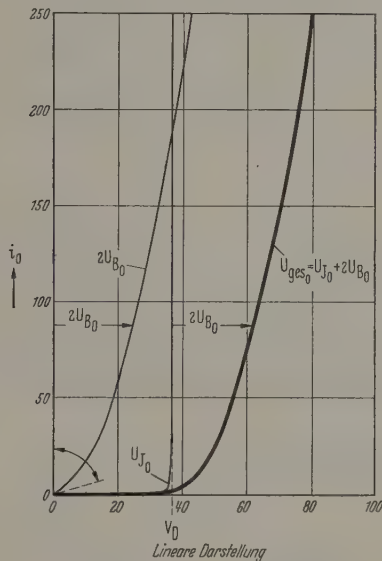
Wir führen die reduzierte Spannung

$$U_{B_0} = \frac{U_{B_0}}{\mathfrak{E}} \quad (\text{III 2.02})$$

ein, beachten (III 1.17) und verwenden (III 1.25):

$$\left. \begin{aligned} U_{B_0} &= \int_{x=-1}^{x=0} E_0(x) dx = i_0 \int_{x=-1}^{x=0} \frac{dx}{\sqrt{1 + 2 i_0 n_A^- (x+1)}} \\ &= \frac{1}{n_A^-} [\sqrt{1 + 2 i_0 n_A^-} - 1]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III 2.03})$$

Die Abb. 7 zeigt unter anderem den an den beiden Bahnen rechts und links abfallenden Spannungs-



betrag $2 U_{B_0}$ in Abhängigkeit von der reduzierten Stromdichte i_0 .

Bei kleinen Strombelastungen vereinfacht sich (III 2.03) zu

$$U_{B_0} \approx i_0 \quad \text{für } i_0 \ll 1. \quad (\text{III 2.04})$$

Infolge der Verwendung reduzierter Größen wird der Widerstand einer Bahn also gleich 1. In Abb. 7 ergibt sich in der rechten linearen Darstellung auf diese Weise die Anfangstangente mit der Neigung $\frac{1}{2}$. Bei großer Strombelastung erhält man aus (III 2.03)

$$U_{B_0} \approx \sqrt{\frac{2 i_0}{n_A^-}} \quad \text{für } i_0 \gg 1. \quad (\text{III 2.05})$$

§ 3. Die Stromspannungskennlinie der Junction

Die Lösung (III 1.23) und (III 1.24) soll die Randbedingung (II 2.21) erfüllen. In reduzierten Größen — hierfür muß neu definiert werden

$$V_D = \frac{V_D}{\mathfrak{E}} = \ln \frac{p_p}{n_p}, \quad (\text{III 3.01})$$

wobei (II 2.01), (II 2.13) und (II 2.14) beachtet wird — in reduzierten Größen also schreibt sich (II 2.21)

$$\frac{p_0(0)}{n_0(0)} = e^{+(V_D - U_{J_0})}. \quad (\text{III 3.02})$$

Werden hier (III 1.23) und (III 1.24) für $x=0$ eingesetzt, so sieht man, daß diese Bedingung nur durch eine funktionale Kopplung zwischen der Stromdichte i_0 und der Junctionspannung U_{J_0} zu erfüllen ist. (II 2.21) liefert also die Stromspannungskennlinie der Raumladungszone

$$U_{J_0} = V_D - \ln \frac{\sqrt{1+2i_0 n_A} + n_A}{\sqrt{1+2i_0 n_A} - n_A}. \quad (\text{III } 3.03)$$

Für kleine Stromdichten

$$i_0 \ll \frac{1}{2n_A} \approx \frac{1}{2} < 1 \quad (\text{III } 3.04)$$

ergibt sich aus (III 3.03) mit Hilfe von (III 3.01), (A I.13) und (A I.14)

$$U_{J_0} = \ln \frac{1+n_A}{1-n_A} - \ln \frac{1+n_A+i_0 n_A}{1+n_A-i_0 n_A} \quad (\text{III } 3.05)$$

bzw. nach weiterer Beachtung von (III 3.04), nach einiger Umrechnung und mit Einführung von n_p gemäß (A I.09)

$$i_0 = 2n_p (e^{U_{J_0}} - 1) \quad \text{für } i_0 \ll 1. \quad (\text{III } 3.06)$$

Das ist aber im wesentlichen die bekannte¹ Shockleysche Kennlinie für den Fall schwacher Injektion². In der zeichnerischen Wiedergabe der Kennlinie (III 3.03) ist dieser Teil der Kennlinie nur zu erkennen, wenn die Strombelastung i_0 logarithmisch aufgetragen wird (s. Abb. 7). In dieser halblogarithmischen Darstellung ergibt sich dann — abgesehen von dem steilen Abfallen für $U_{J_0} \rightarrow 0$ — ein gradliniger Verlauf bis in die Nähe von $U_{J_0} \approx V_D$.

Für große Stromdichten

$$i_0 \gg 1 > \frac{1}{2n_A} \approx \frac{1}{2} \quad (\text{III } 3.07)$$

nimmt die Kennlinie (III 3.03) einen ganz anderen Charakter an. Es ergibt sich

$$i_0 \approx \frac{2n_A}{(V_D - U_{J_0})^2} \quad \text{für } i_0 \gg 1. \quad (\text{III } 3.08)$$

Dieser Teil der Junction-Kennlinie steigt also bei der Annäherung von U_{J_0} an die Diffusionsspannung V_D steil nach ∞ (s. Abb. 7 links oder rechts).

Durch Addition von zweimal (III 2.03) und (III 3.03) ergibt sich schließlich die Gleichstromkennlinie des gesamten p - n -Gleichrichters

$$U_{\text{ges}_0} = 2U_{B_0} + U_{J_0}, \quad (\text{III } 3.09)$$

$$U_{\text{ges}_0} = \frac{2}{n_A} \left[\sqrt{1+2i_0 n_A} - 1 \right] + \left. \begin{aligned} &+ V_D - \ln \frac{\sqrt{1+2i_0 n_A} + n_A}{\sqrt{1+2i_0 n_A} - n_A} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III } 3.10)$$

Das ist im wesentlichen die Gl. (59) von A. HERLET [24], wobei Fußnote * auf S. 70 zu berücksichtigen ist.

Später werden wir noch den differentiellen Leitwert der Junction brauchen. Durch Differenzieren von (III 3.03) ergibt sich

$$\frac{di_0}{dU_{J_0}} = + \frac{\sqrt{1+2i_0 n_A}}{2n_A^2} (1 - n_A^2 + 2i_0 n_A). \quad (\text{III } 3.11)$$

¹ [27] Gl. (4.13).

² Allerdings modifiziert für einen symmetrischen Gleichrichter mit kurzer Bahnlänge d , die in diesem Fall nach A. HERLET ([24] Gl. (16)) die Rolle der Diffusionslänge L übernimmt.

Für $i_0 \ll 1$ wird die Gesamtkennlinie vom Junctionwiderstand beherrscht. Für diesen Kennlinienteil ist die halblogarithmische Darstellung links in Abb. 7 geeignet. Wenn dagegen für $i_0 \gg 1$ der Widerstand der beiden Bahnen das Geschehen beherrscht, ist die lineare Darstellung in Abb. 7 rechts angebracht.

IV. Wechselstromtheorie, allgemeine Lösung

In § 1 werden die Grundgleichungen und die Randbedingungen auf reduzierte Größen umgeschrieben. In § 2 folgt die Integration dieser Gleichungen. In § 3 wird sich ergebende allgemeine Lösung des Wechselstromproblems ist aber zu kompliziert, um unmittelbar physikalische Interpretationen zuzulassen. Diese werden sich erst in den nächsten beiden Kapiteln, denen zwei Grenzfälle behandelt werden.

§ 1. Die Grundgleichungen und Randbedingungen für die reduzierten Konzentrationen n und p und für die reduzierte Feldstärke E

Analog zu (III 1.10), (III 1.11) und (III 1.15) definieren wir

$$\frac{n_1}{p_p + n_p} = n_1, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$\frac{p_1}{p_p + n_p} = p_1, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$\frac{E_1}{\mathfrak{E}/d} = E_1. \quad (\text{IV } 1.0)$$

Weiter führen wir eine

$$\text{Bezugsfrequenz} = \frac{D}{d^2} = \frac{\mu \mathfrak{E}}{d^2} \quad (\text{IV } 1.0)$$

ein und definieren damit eine reduzierte Frequenz

$$\omega = \frac{\omega}{D/d^2}. \quad (\text{IV } 1.0)$$

Dann nehmen die drei Grundgleichungen (II 3.1), (II 3.11) und (II 3.12) folgende Form an

$$\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{d}{dx} (n_1 E_0 + n_0 E_1) = j \omega n_1, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$\frac{d^2 p_1}{dx^2} - \frac{d}{dx} (p_1 E_0 + p_0 E_1) = j \omega p_1, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$p_1 = n_1. \quad (\text{IV } 1.0)$$

Als Randbedingungen liegen (II 3.15) und (II 3.1) (II 2.22) und schließlich (II 2.18) vor, die in reduzierter Form geschrieben werden:

$$[n_1]_{x=-1} = 0, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$[p_1]_{x=-1} = 0, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$\left[\frac{p_1}{p_0} - \frac{n_1}{n_0} \right]_{x=0} = -U_{J_1}, \quad (\text{IV } 1.0)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &[(p_0 - n_0) E_1 + (p_1 - n_1) E_0 - \frac{dp_1}{dx} - \frac{dn_1}{dx}]_{x=0} \\ &= j \omega \cdot \frac{x_p^2}{L_J d} \cdot U_{J_1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV } 1.0)$$

In (IV 1.12) ist rechts eine Debye-Länge

$$x_p = \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{E}}{4\pi e(p_p + n_p)}} \quad (\text{IV } 1.0)$$

verwendet worden.

(IV 1.06) bis (IV 1.08) sind drei Gleichungen für drei Unbekannten n_1 , p_1 und E_1 . Da zwei von diesen Gleichungen Differentialgleichungen zweiter Ordnung sind, müssen bei der Integration vier willkürliche Konstanten auftreten. Zu deren Bestimmung stehen aber die vier Randbedingungen (IV 1.09) bis (IV 1.12) zur Verfügung. Die Lösung liegt also eindeutig fest. Um sie zu gewinnen, wird zunächst die Differenz von (IV 1.06) und (IV 1.07) gebildet, (IV 1.08) berücksichtigt und einmal integriert¹:

$$2n_1 E_0 + (n_0 + p_0) E_1 = i_1. \quad (\text{IV 1.14})$$

andererseits addieren wir (IV 1.06) und (IV 1.07) und beachten dabei (IV 1.08) und (II 3.09)

$$2 \frac{d^2 n_1}{dx^2} - n_A \frac{dE_1}{dx} = 2j \omega n_1. \quad (\text{IV 1.15})$$

Da E_1 zu eliminieren, lösen wir (IV 1.14) nach E_1 auf. Es beachten dabei die Ergebnisse (III 1.23) bis (III 1.25) der Gleichstromtheorie.

Führen wir dabei als neue dimensionslose Koordinaten

$$y = 1 + 2i_0 n_A (x + 1) \quad (\text{IV 1.16})$$

(s. auch Abb. 8), so erhalten wir

$$y = \frac{1}{\sqrt{y}} \left(i_1 - 2 \frac{i_0}{\sqrt{y}} n_1 \right) = \frac{i_1}{\sqrt{y}} - 2i_0 \frac{n_1(y)}{y}. \quad (\text{IV 1.17})$$

Wenn in (IV 1.15) verwendet, gibt schließlich eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für die eine Konzentrationsamplitude $n_1(y)$

$$\frac{1}{y^2} + \frac{1}{2y} \frac{dn_1}{dy} - \left(\frac{1}{2y^2} + \Theta^2 \right) n_1 = - \frac{i_1}{8i_0} y^{-\frac{3}{2}}, \quad (\text{IV 1.18})$$

bei der Parameter Θ eine Abkürzung für

$$\Theta = \frac{(j\omega)^{\frac{1}{2}}}{2i_0 n_A} \quad (\text{IV 1.19})$$

Es sind noch die drei Randbedingungen (IV 1.09), (IV 1.11) und (IV 1.12) zu erfüllen, die sich unter Benutzung von Abb. 8, von (IV 1.08), von (III 1.23) und (III 1.24) und (IV 1.16) und (IV 1.17) folgendermaßen schreiben:

$$n_1|_{y=1} = 0, \quad (\text{IV 1.20})$$

$$n_1|_{y=1+2i_0 n_A} = \frac{1}{4} \left[\frac{1-n_A^2}{n_A} + 2i_0 \right] U_{J_1}, \quad (\text{IV 1.21})$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{i_1}{1+2i_0 n_A} - 4i_0 \frac{dn_1}{dy} \Big|_{y=1+2i_0 n_A} \\ & = \frac{2i_0}{1+2i_0 n_A} n_1|_{y=1+2i_0 n_A} + \frac{j\omega}{n_A} \frac{x_p^2}{l_J d} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV 1.22})$$

Um die Größenordnungen besser zu übersehen, ersetzen wir gemäß Gl. (A 1.09) die reduzierte Dotierg n_A an einigen Stellen in (IV 1.21) durch $1 - 2n_p$:

$$1 + 2i_0 n_A = \frac{1}{2} \left[2n_p + i_0 + \frac{2n_p^2}{1-2n_p} \right] U_{J_1}. \quad (\text{IV 1.23})$$

¹ Daß die hierbei auftretende Integrationskonstante identisch mit der Wechselamplitude i_1 der reduzierten Stromdichte geht aus (I 2.16) hervor.

Diese Gleichung verwenden wir jetzt auch in (IV 1.22)

$$\left. \begin{aligned} & \frac{i_1}{\sqrt{1+2i_0 n_A}} - 4i_0 n_1' (1 + 2i_0 n_A) \\ & = \left[\frac{i_0}{1+2i_0 n_A} \left(2n_p + i_0 + \frac{2n_p^2}{1-2n_p} \right) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{j\omega}{n_A} \frac{x_p^2}{l_J d} U_{J_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV 1.24})$$

Die Lösungen der Differentialgleichung (IV 1.18) enthalten zwei willkürliche Konstanten. Sie werden durch die beiden Randbedingungen (IV 1.20) und (IV 1.23) festgelegt. Die dritte Randbedingung (IV 1.24) erzwingt dann einen Zusammenhang zwischen der schon weiter oben als Integrationskonstante aufgetretenen Stromdichteamplitude i_1 und der Junction-Wechselspannung U_{J_1} . Auf diese Weise ergibt sich der differentielle Scheinleitwert i_1/U_{J_1} der Junction. Mit seiner

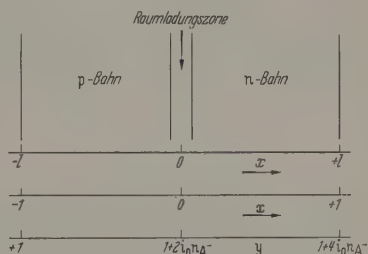


Abb. 8. Übersicht über den Laufbereich der Koordinaten x , $x = x/d$ und $y = 1 + 2i_0 n_A (x + 1)$. (Durch ein Versehen sind die Endpunkte der x -Skala mit ± 1 anstatt mit $\pm d$ bezeichnet worden)

Hilfe wird dann aus allen Schlußformeln U_{J_1} entfernt und zur Kennzeichnung der Intensität der Wechselbelastung nur die Amplitude i_1 der Stromdichte beibehalten.

§ 2. Die allgemeinen Ausdrücke für die Konzentrationsamplituden $n_1 = p_1$ und die Feldstärkeamplitude E_1

Die zur Differentialgleichung (IV 1.18) gehörende homogene Gleichung

$$\frac{d^2 n_1}{dy^2} + \frac{1}{2y} \frac{dn_1}{dy} - \left(\frac{1}{2y^2} + \Theta^2 \right) n_1 = 0 \quad (\text{IV 2.01})$$

hat als linear unabhängige Lösungen z.B. die beiden mit dem Faktor $y^{\frac{1}{2}}$ versehenen Besselschen Funktionen²

$$J_{+\frac{3}{2}}(j\Theta y) = J_{+\frac{3}{2}}(\Theta y) \quad (\text{IV 2.02})$$

und

$$J_{-\frac{3}{2}}(j\Theta y) = J_{-\frac{3}{2}}(\Theta y). \quad (\text{IV 2.03})$$

Um die inhomogene Differentialgleichung (IV 1.18) zu lösen, muß man die Methode der Variation der Konstanten durchführen³. Dabei kommt man auf die Funktionen

$$K_{+\frac{3}{2}}(y; \Theta) = \int_{z=1}^{z=y} z^{-\frac{3}{2}} J_{+\frac{3}{2}}(\Theta z) dz, \quad (\text{IV 2.04})$$

$$K_{-\frac{3}{2}}(y; \Theta) = \int_{z=1}^{z=y} z^{-\frac{3}{2}} J_{-\frac{3}{2}}(\Theta z) dz. \quad (\text{IV 2.05})$$

Diejenige Lösung von (IV 1.18), die die erste Randbedingung (IV 1.20) befriedigt, lautet also mit einer

² Siehe z.B. [33] S. 125ff., insbesondere S. 150

³ Siehe z.B. [34] S. 117, 118.

Integrationskonstante C

$$n_1(y) = C y^{\frac{1}{2}} \left\{ J_{-\frac{1}{2}}(\Theta) J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) - J_{+\frac{1}{2}}(\Theta) J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) + \frac{\pi}{8\sqrt{2}} \frac{i_1}{i_0} y^{\frac{1}{2}} \left\{ J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) - J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{-\frac{1}{2}}(y; \Theta) \right\} \right\} \quad (\text{IV 2.06})$$

Wir führen folgende Abkürzungen ein:

$$A(y) = J_{-\frac{1}{2}}(\Theta) J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) + J_{+\frac{1}{2}}(\Theta) J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y), \quad (\text{IV 2.07})$$

$$B(y) = J_{-\frac{1}{2}}(\Theta) J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) - J_{+\frac{1}{2}}(\Theta) J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y), \quad (\text{IV 2.08})$$

$$C(y) = J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) + J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{-\frac{1}{2}}(y; \Theta), \quad (\text{IV 2.09})$$

$$D(y) = J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) - J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) K_{-\frac{1}{2}}(y; \Theta). \quad (\text{IV 2.10})$$

Mit ihrer Hilfe schreibt sich die bisherige Lösung (IV 2.06) unserer Differentialgleichung (IV 1.18)

$$n_1(y) = C y^{\frac{1}{2}} B(y) + \frac{\pi}{8\sqrt{2}} \frac{i_1}{i_0} y^{\frac{1}{2}} D(y). \quad (\text{IV 2.11})$$

Zur Bestimmung der Integrationskonstante C wird jetzt die zweite Randbedingung (IV 1.23) herangezogen. Um die Formeln nicht unnötig kompliziert werden zu lassen, wird von jetzt ab von der praktisch in jedem p -Halbleiter erfüllten Bedingung

$$n_p \ll 1 \quad (\text{IV 2.12})$$

Gebrauch gemacht und immer nur die jeweils niedrigste Potenz von n_p berücksichtigt. Entsprechend wird nach (A 1.09)

$$n_{A-} \approx 1 \quad (\text{IV 2.13})$$

gesetzt. Berücksichtigung der zweiten Randbedingung (IV 1.23) gibt dann

$$n_1(y) = \frac{1}{2} (2n_p + i_0) U_{J_1} \left(\frac{y}{1+2i_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{B(y)}{B(1+2i_0)} + \frac{\pi}{8\sqrt{2}} \frac{i_1}{i_0} y^{\frac{1}{2}} \left\{ D(y) - D(1+2i_0) \frac{B(y)}{B(1+2i_0)} \right\}. \quad (\text{IV 2.14})$$

Die in dieser Gl. (IV 2.14) nebeneinander auftretenden Amplituden U_{J_1} und i_1 der Junctions spannung U_J und der Stromdichte i_1 sind nicht unabhängig voneinander. Ihr funktionaler Zusammenhang, der differentielle Scheinleitwert der Junction, wird durch die dritte Randbedingung (IV 1.24) hergestellt, bei deren Auswertung die Differentiationsregeln

$$\frac{d}{dy} (y^{\frac{1}{2}} B(y)) = -\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} B(y) + j \Theta y^{\frac{1}{2}} A(y) \quad (\text{IV 2.15})$$

und

$$\frac{d}{dy} (y^{\frac{1}{2}} D(y)) = -\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} D(y) - j \Theta y^{\frac{1}{2}} C(y) \quad (\text{IV 2.16})$$

gebraucht werden. Diese Differentiationsregeln wiederum ergeben sich aus den Definitionen (IV 2.02) bis (IV 2.05) und (IV 2.07) bis (IV 2.10) und aus den Differentiationsregeln der Bessel-Funktionen¹. Die dritte Randbedingung (IV 1.24) liefert also nun für den dif-

ferentiellen Scheinleitwert der Junction

$$\frac{i_1}{U_{J_1}} = (2n_p + i_0) \left\{ \frac{1 + \Theta^2 \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \times \frac{y^{\frac{1}{2}} B(y)}{y-1 j \Theta A(y)} \left[y^{-\frac{1}{2}} + \times (y-1) \frac{B(y)}{j \Theta A(y)} \right] + \frac{\pi}{2\sqrt{2}} j \Theta \left\{ C(y) + D(y) \frac{A(y)}{B(y)} \right\} \right\}_{y=1+2i_0} \quad (\text{IV 2.17})$$

Wird dieses Ergebnis in (IV 2.14) zur Elimination von U_{J_1} verwendet, so ergibt sich die Endformel für die Konzentrationsamplitude $n_1(y)$:

$$4i_0 \frac{n_1(y)}{i_1} = \left\{ \frac{1}{j \Theta A(y)} \left[y^{-\frac{1}{2}} + \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \times \frac{1 + \Theta^2 \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \times j \Theta \left\{ C(y) + D(y) \frac{A(y)}{B(y)} \right\} \right] \right. \\ \left. \times (y-1) \frac{B(y)}{j \Theta A(y)} - \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{D(y)}{B(y)} \right]_{y=1+2i_0} y^{\frac{1}{2}} B(y) + \frac{\pi}{2\sqrt{2}} y^{\frac{1}{2}} D(y) \quad (\text{IV 2.18})$$

Die Amplitude E_1 der Feldstärke E ergibt sich schließlich durch Einsetzen von (IV 2.18) in (IV 1.17)

$$\frac{E_1(y)}{i_1} = \frac{1}{y} \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{j \Theta A(y)} \left[y^{-\frac{1}{2}} + \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \times \frac{1 + \Theta^2 \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \times j \Theta \left\{ C(y) + D(y) \frac{A(y)}{B(y)} \right\} \right] \right. \right. \\ \left. \times (y-1) \frac{B(y)}{j \Theta A(y)} - \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{D(y)}{B(y)} \right]_{y=1+2i_0} y^{-\frac{1}{2}} B(y) - \frac{\pi}{4\sqrt{2}} y^{-\frac{1}{2}} D(y) \quad (\text{IV 2.19})$$

Indem wir diese durch i_1 dividierte Feldstärkenamplitude E_1 über die Bahn integrieren, also von $x = -1$ bis $x = 0$ oder nach (III 1.17) und nach Abb. 8 von $x = -1$ bis $x = 0$ oder schließlich nach (IV 1.16) und (IV 2.13) von $y = 1$ bis $y = 1 + 2i_0$, erhalten wir die Amplitude U_{B_1} der Bahnspannung U_B , dividiert durch die Stromdichteamplitude i_1 , also den differentielle Scheinwiderstand der linken Bahn:

$$R_{B_1} = \frac{U_{B_1}}{i_1} = \int_{x=-1}^{x=0} \frac{E_1}{i_1} dx = \frac{1}{2i_0} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{E_1(y)}{i_1} dy. \quad (\text{IV 2.20})$$

(IV 2.20) mit (IV 2.19) stellen zusammen mit den Definitionen (IV 1.16), (IV 1.19), (IV 2.02) bis (IV 2.05) und (IV 2.07) bis (IV 2.10) die allgemeine Lösung des vorliegenden Problems dar. Es wird die Aufgabe des nächsten beiden Kapitel sein, den physikalischen Inhalt dieser Lösung herauszuarbeiten.

¹ [33] S. 149.

V. Der Grenzfall

der schwachen Gleichstromvorbelastung: $i_0 \ll 1$

Die im vorigen Kap. IV gegebene allgemeine Lösung (IV 2.17) bis (IV 2.20) des Wechselstromproblems ist physikalisch völlig undurchsichtig. Deshalb empfiehlt es sich — schon zum Zwecke der Orientierung — auf die Allgemeinheit der Lösung zu verzichten und Grenzfälle zu betrachten. Das Problem enthält ja zwei Parameter, die Gleichstromvorbelastung i_0 und die Frequenz ω der überlagerten Wechselstrombelastung¹. Im vorliegenden Kap. V wird der Grenzfall $i_0 \ll 1$ betrachtet, während wir uns im nächsten Kap. VI auf kleine Frequenzen $\omega \ll 1$ beschränken.

1. Konzentrationsverläufe, Feldverteilung und Bahnwiderstand im Falle $i_0 \ll 1$

Die Definitionsgleichung (IV 1.19) des Parameters Θ lautet mit der Vereinfachung (IV 2.13)

$$\Theta = \frac{(j\omega)^{\frac{1}{2}}}{2i_0}. \quad (\text{V } 1.01)$$

Im Grenzfall $i_0 \ll 1$ nimmt also der Betrag von Θ sehr große Werte an. Das gleiche gilt für Θy , da wir nur Durchlaßbelastungen $i_0 > 0$ betrachten und deshalb y seinem ganzen Variationsbereich $[1, 1 + 2i_0]$ größer als 1 ist (s. Abb. 8). Die Bessel-Funktionen in (IV 2.02) bis (IV 2.05) und in (IV 2.07) bis (IV 2.10) können also durch ihre asymptotischen Näherungen² für große Werte des Arguments ersetzt werden:

$$J_0(j\Theta y) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi j\Theta y}} \cos \left[j\Theta y - \left(+\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right], \quad (\text{V } 1.02)$$

$$J_1(j\Theta y) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi j\Theta y}} \cos \left[j\Theta y - \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right], \quad (\text{V } 1.03)$$

$$J_0(j\Theta y) - \sqrt{\frac{2}{\pi j\Theta y}} \cos \left[j\Theta y - \left(+\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right], \quad (\text{V } 1.04)$$

$$J_1(j\Theta y) - \sqrt{\frac{2}{\pi j\Theta y}} \cos \left[j\Theta y - \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right]. \quad (\text{V } 1.05)$$

Bei der Ermittlung der asymptotischen Ausdrücke für die Funktionen $K_{+\frac{1}{2}}$ und $K_{-\frac{1}{2}}$ tritt eine gewisse Schwierigkeit auf. Die Verwendung von (V 1.02) in der Definitionsgleichung (IV 2.04) führt auf

$$K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi j\Theta}} \int_{z=1}^{z=y} z^{-\frac{1}{2}} \cos \left[j\Theta z - \frac{5}{8} \pi \right] dz. \quad (\text{V } 1.06)$$

Um das Integral geschlossen auswerten zu können, beachten wir den Umstand, daß der Integrationsbereich $1 < z < y < 1 + 2i_0$ wegen der Voraussetzung $i_0 \ll 1$ sehr schmal ist und daß deswegen der Faktor $z^{-\frac{1}{2}}$ im Integrationsbereich relativ wenig variiert. Er wird deshalb gleich seinem Wert $1^{-\frac{1}{2}} = 1$ an der unteren Grenze $z = 1$ gesetzt:

$$K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} (j\Theta)^{-\frac{1}{2}} \int_{z=1}^{z=y} \cos \left[j\Theta z - \frac{5}{8} \pi \right] dz. \quad (\text{V } 1.07)$$

¹ Die Wechselamplitude i_1 fällt aus der Theorie heraus, so daß i_1 nur genügend klein angenommen wird. Dies ist in der folgenden Arbeit geschehen, so daß also nur Scheinwiderstände berechnet werden, nicht aber Gehalte an Oberwellen. Für die mit anderen Worten Klirrfaktoren.

² Siehe z.B. [33] S. 136, 137.

Ausführung der Integration und Anwendung der bekannten Formel $\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cdot \sin \frac{u-v}{2}$ liefert schließlich

$$K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) \rightarrow 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} (j\Theta)^{-\frac{1}{2}} \times \left. \begin{aligned} &\times \cos \left(j\Theta \frac{y+1}{2} - \frac{5}{8} \pi \right) \cdot \sin \left(j\Theta \frac{y-1}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V } 1.08)$$

Entsprechend ergibt sich aus (IV 2.05) und (V 1.03)

$$K_{-\frac{1}{2}}(y; \Theta) \rightarrow 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} (j\Theta)^{-\frac{1}{2}} \times \left. \begin{aligned} &\times \cos \left(j\Theta \frac{y+1}{2} + \frac{1}{8} \pi \right) \cdot \sin \left(j\Theta \frac{y-1}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V } 1.09)$$

Geht man mit (V 1.02) bis (V 1.05) und mit (V 1.08) und (V 1.09) in die Definitionsgleichungen (IV 2.07) bis (IV 2.10) ein, so ergibt sich durch mehrmalige Anwendung der bekannten Formel $2 \cos u \cdot \cos v = \cos(u+v) + \cos(u-v)$

$$A(y) \rightarrow -j \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Theta} \frac{1}{y} \cdot \mathfrak{Cof} \Theta(y-1), \quad (\text{V } 1.10)$$

$$B(y) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Theta} \frac{1}{y} \cdot \mathfrak{Sin} \Theta(y-1), \quad (\text{V } 1.11)$$

$$C(y) \rightarrow -j \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Theta^2} \frac{1}{y} \cdot \mathfrak{Sin} \Theta(y-1), \quad (\text{V } 1.12)$$

$$D(y) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Theta^2} \frac{1}{y} \cdot [1 - \mathfrak{Cof} \Theta(y-1)]. \quad (\text{V } 1.13)$$

Wenn diese Ausdrücke in (IV 2.18) verwendet werden, wenn (IV 1.16), (IV 2.13) und (IV 1.19) beachtet wird und wenn schließlich dabei laufend die Voraussetzung $i_0 \ll 1$ zum Weglassen aller doch nicht korrekten Glieder beachtet wird, kommt schließlich einfach

$$\frac{n_1}{i_1} = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{Sin} \sqrt{j\omega}(x+1)}{\sqrt{j\omega} \mathfrak{Cof} \sqrt{j\omega} + j\omega \mathfrak{Sin} \sqrt{j\omega}} \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d}. \quad (\text{V } 1.14)$$

Hiermit liefert (IV 1.17) — immer unter Beachtung von $i_0 \ll 1$ —

$$\frac{E_2}{i_1} = 1 - i_0(x+1) - 2i_0 \frac{n_1}{i_1}, \quad (\text{V } 1.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_1}{i_1} &= 1 - i_0(x+1) - \\ &- i_0 \frac{\mathfrak{Sin} \sqrt{j\omega}(x+1)}{\sqrt{j\omega} \mathfrak{Cof} \sqrt{j\omega} + j\omega \mathfrak{Sin} \sqrt{j\omega}} \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V } 1.16)$$

Die Integration über die linke Bahn von $x = -1$ bis $x = 0$ ergibt endlich [nach (IV 2.20)] den differentiellen Widerstand einer Bahn

$$\left. \begin{aligned} R_{B_1} &= \int_{x=-1}^{x=0} \frac{E_1}{i_1} dx, \\ R_{B_1} &= 1 - \frac{1}{2} i_0 - \\ &- i_0 \frac{\mathfrak{Cof} \sqrt{j\omega} - 1}{j\omega \mathfrak{Cof} \sqrt{j\omega} + \sqrt{j\omega} \mathfrak{Sin} \sqrt{j\omega}} \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V } 1.17)$$

Die Deutung dieses Ergebnisses wird uns im nächsten § 2 beschäftigen.

§ 2. Das Ersatzschaltbild für den differentiellen Bahnwiderstand R_{B_1}

In § 2 des einleitenden Kap. I wurde gezeigt, daß die beiden Grenzfälle $\omega \rightarrow \infty$ und $\omega \rightarrow 0$ anschaulich recht gut zu übersehen sind. Die dortigen Überlegungen werden sich jetzt sofort bestätigen.

Für $\omega \rightarrow \infty$ ergibt (V 1.14)

$$n_1 \equiv 0. \quad (V 2.01)$$

Die Bahn benimmt sich also bei sehr schnellen Wechselbelastungen tatsächlich wie eine *Festschicht*. Für ihren Bahnwiderstand liefert die Gl. (V 1.17)

$$[R_{B_1}]_{\omega \rightarrow \infty} = 1 - \frac{1}{2} i_0. \quad (V 2.02)$$

Für $\omega \rightarrow 0$ ergibt (V 1.14)

$$n_1 = \frac{1}{2} i_1 (x + 1); \quad (V 2.03)$$

die Konzentrationsänderung n_1 ist mit der Belastungsänderung i_1 völlig in Phase und unterstützt daher diese Belastungsänderung in der in I § 2 schon geschilderten

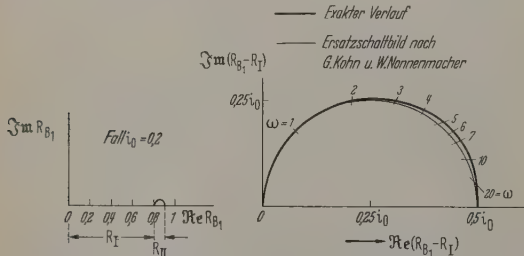


Abb. 9. Scheinwiderstand R_{B_1} der Bahn bei kleinen Gleichstrombelastungen $i_0 < 1$

Weise. Dementsprechend hat der Bahnwiderstand (V 1.17) auch für $\omega \rightarrow 0$ einen kleineren Wert als bei sehr hohen Frequenzen:

$$[R_{B_1}]_{\omega \rightarrow 0} = 1 - \frac{1}{2} i_0 - \frac{1}{2} i_0. \quad (V 2.04)$$

Die Widerstände im Kohn-Nonnenmacherschen Ersatzschaltbild (s. Abb. 2) müssen nun diesen Ergebnissen angepaßt werden:

$$R_I + R_{II} = [R_{B_1}]_{\omega \rightarrow \infty} = 1 - \frac{1}{2} i_0, \quad (V 2.05)$$

$$R_I = [R_{B_1}]_{\omega \rightarrow 0} = 1 - \frac{1}{2} i_0 - \frac{1}{2} i_0, \quad (V 2.06)$$

oder

$$R_I = 1 - i_0, \quad (V 2.07)$$

$$R_{II} = + \frac{1}{2} i_0. \quad (V 2.08)$$

Für denjenigen Teil des Bahnwiderstandes, der im Kohn-Nonnenmacherschen Schaltbild durch die Parallelschaltung von R_{II} und L dargestellt wird, liefert die vorliegende Theorie mit (V 1.17) und (V 2.07) den Ausdruck

$$R_{B_1} - R_I = + \frac{1}{2} i_0 \left\{ \frac{j\omega \mathfrak{C} \mathfrak{O} \sqrt{j\omega} - 2 \mathfrak{C} \mathfrak{O} \sqrt{j\omega} + 2 +}{j\omega \mathfrak{C} \mathfrak{O} \sqrt{j\omega} +} + \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} + \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} \right\} \quad (V 2.09)$$

Daß es sich bei dieser Parallelschaltung um einen einfachen frequenzunabhängigen Widerstand $R_{II} = \frac{1}{2}$ und eine einfache frequenzunabhängige Induktivität handelt, ist natürlich von vornherein nur als Näherung für tiefe Frequenzen zu erwarten. Dementsprechend gehen wir in (V 2.09) zur Grenze $\omega \rightarrow 0$ über:

$$(R_{B_1} - R_I)_{\omega \rightarrow 0} \rightarrow j\omega \frac{i_0}{2} \left[\frac{5}{12} + \frac{1}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} \right]. \quad (V 2.10)$$

Tatsächlich erhalten wir also die einfache Proportionalität mit $j\omega$, die in einer Parallelschaltung von L und $j\omega L$ bei tiefen Frequenzen zu erwarten ist:

$$\left[\frac{R_{II} \cdot j\omega L}{R_{II} + j\omega L} \right]_{\omega \rightarrow 0} = j\omega L, \quad (V 2.11)$$

und der Vergleich von (V 2.10) und (V 2.11) gibt für die reduzierte¹ Induktivität L des Kohn-Nonnenmacherschen Ersatzschaltbildes

$$L = \frac{5}{24} i_0 + \frac{1}{2} \frac{i_0}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} = L^{(1)} + L^{(2)}. \quad (V 2.12)$$

In Abb. 9 ist nun der strenge Frequenzgang (V 2.09) zusammen mit dem halbkreisförmigen Scheinwiderstandsverlauf einer Parallelschaltung von R_{II} und L aufgetragen. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Glieder mit $x_p^2/l_j d$ vernachlässigt werden dürfen². Dann sind alle dargestellten Größen einfach proportional mit i_0 und indem diese Größe als Maßstab gewählt wird wird die Darstellung von der Stromvorbelastung i_0 unabhängig. Es zeigt sich, daß die einfache Parallelschaltung von R_{II} und L auch noch bei den hohen Frequenzen den strengen Scheinwiderstandsverlauf erstaunlich gut wiedergibt, so daß also in dem hier behandelten Fall kleiner Gleichstromvorbelastung $i_0 \ll 1$ das Kohn-Nonnenmachersche Ersatzschaltbild durch die Theorie sehr gut bestätigt wird.

§ 3. Das Ersatzschaltbild für den differentiellen Leitwert G_J der Junction

Der differentielle Leitwert G_J der Junction wird im Prinzip durch (IV 2.17) geliefert, wenn in diese Gleichung die Beziehungen (V 1.10) bis (V 1.13) zusammen mit (IV 1.16), (IV 2.13) und (IV 1.19) beachtet werden. Einfacher ist es aber, mit der ermittelten Konzentrationsverteilung (V 1.14) noch einmal in die Randbedingung (IV 1.23) einzugehen, wobei wegen (IV 2.12) das Glied mit n_p^2 vernachlässigt wird und (IV 1.16) zu benutzen ist:

$$G_J = \frac{i_1}{U_J} = \frac{2n_p + i_0}{2} \frac{i_1}{n_1(1 + 2i_0)} \left\{ \begin{aligned} &= (2n_p + i_0) \frac{1}{2 \left[\frac{n_1}{i_1} \right]_{x=0}} \end{aligned} \right\} \quad (V 3.01)$$

$$G_J = (2n_p + i_0) \sqrt{j\omega \mathfrak{C} \mathfrak{O}} \sqrt{j\omega} + j\omega \frac{x_p^2}{l_j d}. \quad (V 3.02)$$

¹ Wegen der charakteristischen Induktivität, auf die hier bezogen wird, siehe Anhang III Gl. (A III.05) und (A III.20)

² Den Bildern 13 und 15 entnehmen wir, daß die Glieder $x_p^2/l_j d$ außer bei sehr niedrigen Belastungen $i_0 < 10$ zu vernachlässigen sind, jedenfalls in dem gewählten Beispiel eines hochdotierten p - n -Übergangs und bei niedrigen Frequenzen $\omega \ll 1$.

er tiefe Frequenzen ergibt sich

$$G_{J_1} = (2n_p + i_0) + j\omega \frac{2n_p + i_0}{3} + j\omega \frac{x_p^2}{l_J d}. \quad (\text{V } 3.03)$$

Die Deutung dieses Resultats bilden wir aus der für eine i_0 geltenden Form (III 3.06) der Gleichstrom-Längs- und der differentiellen Leitwert

$$\frac{d i_0}{d U_{J_0}} = 2n_p e^{U_{J_0}} = 2n_p + i_0. \quad (\text{V } 3.04)$$

Wir sehen also, daß G_{J_1} eine Parallelschaltung des Gleichstromleitwerts und zweier Kapazitäten ist, von denen die zweite wegen des Faktors $1/l_J$ offenbar die induzierte Junctionkapazität ist:

$$C_J = \frac{x_p^2}{l_J d}. \quad (\text{V } 3.05)$$

Der mittlere Term in (V 3.03) ist die bereits von W. SHOCKLEY¹ angegebene Diffusionskapazität

$$C_{\text{Diff}} = \frac{2n_p + i_0}{3}, \quad (\text{V } 3.06)$$

die mit der Speicherung der Minoritätsträger in den Diffusionsschwänzen der Bahn zusammenhängt. Im einzelnen wird das verständlich, wenn wir das Fließen der Elektronen von rechts nach links verfolgen und dabei während einer positiven Welle der Wechselspannung, während der also die Stromdichte über ihren Gleichstrommittelwert i_0 hinaus um die Wechselspannung amplituden i_0 anwächst.

Die Elektronen treten rechts bei $x = +1$ in die p -Bahn ein und bleiben dort zum Teil stecken, weil auch dort, wo die Elektronen die Majoritätsträger sind, ihre Konzentration steigt. Ein weiterer Teil des Elektronenstromes bleibt an der Grenze zwischen n - und p -Raumladungszone stecken und lädt dadurch die rechte negative Belegung der Raumladungskapazität auf. Der restliche Elektronenstrom überquert die Raumladungszone und tritt in die p -Bahn ein. Dort bleibt noch einmal ein Teil des Elektronenstromes stecken; denn auch in der p -Bahn wächst die Minoritätsträger-, also die Elektronenkonzentration. Der übrig gebliebene Rest $i_{n_1}(-1)$ des Elektronenstromes verläßt ganz links bei $x = -1$ die p -Bahn.

Der Elektronenstrom quer durch die Raumladungszone setzt sich nun nach dem Gesagten aus dem Zuzugs

$$j\omega \int_{x=-1}^{x=0} n_1(x) dx$$

der Elektronenmenge in der p -Bahn und aus dem ganz links herausfließenden Stromrest

$$i_{n_1}(-1)$$

zusammen. Verdoppelt man diesen Term, weil wegen der vorausgesetzten Symmetrie gleiche Beträge für die Minoritätselektronen hinzukommen, und fügt man schließlich den Verschiebungsstrom $j\omega \frac{x_p^2}{l_J d} U_{J_1}$ hinzu, der die Raumladungszone durchfließt, so erhält man für den differentiellen Leitwert

$$G_{J_1} = 2i_{n_1}(-1) + j\omega 2 \int_{x=-1}^{x=0} n_1(x) dx + j\omega \frac{x_p^2}{l_J d} U_{J_1}. \quad (\text{V } 3.07)$$

¹ [27] S. 462, [28] S. 316.

Die Diffusionskapazität (V 3.06) rührt nun von dem mittleren Term her, aber nicht ausschließlich, wie man zunächst vermuten möchte. Der erste Term $i_{n_1}(-1)$ ist nämlich auch nicht konphas mit der Spannung U_{J_1} über der Raumladungszone, sondern hinkt in der Phase hinterher, eben wieder weil ein Teil der Elektronen in der p -Bahn stecken bleibt und eine von rechts nach links in die p -Bahn eindringende Konzentrationserhöhung deshalb links erst verspätet eintrifft.

Die Diffusionskapazität rührt also von dem mittleren Term in (V 3.07) her, wird aber durch die negative Phase des ersten Terms $i_{n_1}(-1)$ verkleinert, der im übrigen den Ohmschen Leitwert $2n_p + i_0$ liefert.

Nach dieser ausführlichen Diskussion des tieffrequenten Grenzfalles (V 3.03) noch ein Wort über den allgemeinen Ausdruck (V 3.02). Der zweite Term ist

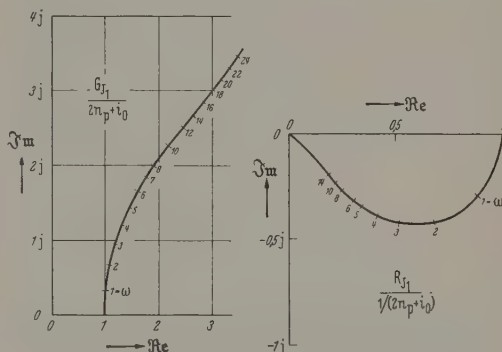


Abb. 10. Leitwert und Widerstand der Raumladungszone für $C_J \ll C_{\text{Diff}}$

hier wie bei tiefen Frequenzen der Leitwert der Raumladungskapazität. Die Frequenzabhängigkeit des ersten Terms

$$(2n_p + i_0) \cdot \sqrt{j\omega} \cdot C_{\text{Diff}} \sqrt{j\omega} \quad (\text{V } 3.08)$$

zeigt Abb. 10 links. Der anfänglich senkrechte Verlauf der Leitwertskurve biegt bei $\omega = 1$ ab und geht dann in eine 45° -Gerade über, ein Verhalten, das auch SHOCKLEY² schon geschildert hat, allerdings für den p - n -Übergang mit unendlich langen Bahnen. Rechts ist in Abb. 10 der Junctionwiderstand $R_{J_1} = 1/G_{J_1}$ dargestellt, der mit den Bahnwiderständen R_{B_1} in Reihe liegt (s. Abb. 3).

§ 4. Der gesamte Scheinwiderstand der p - n -Gleichrichter

Der im vorliegenden Kap. V behandelte Grenzfalle $i_0 \ll 1$ hat uns in § 2 das induktive Verhalten der Bahn gezeigt. In § 3 konnte die Entstehung der Diffusionskapazität ausführlicher erläutert werden. Insofern hat also dieser Grenzfalle $i_0 \ll 1$ physikalische Erkenntnisse geliefert und das ist ja ein Hauptzweck der vorliegenden Arbeit.

Dagegen ist für einen Vergleich mit dem Experiment — selbst wenn andere Bedenken wegen starker Abweichungen vom vorausgesetzten Gleichrichtermodell nicht berechtigt wären — der Grenzfalle $i_0 \ll 1$ wenig ergiebig. Für die kleinen Injektionen $i_0 \ll 1$ beherrscht der Junctionwiderstand mit seinem Kapazitätscharakter den Scheinwiderstandsverlauf völlig.

² [27] S. 462 und 463, [28] S. 316 und 317.

Die Bahn mit ihrem induktiven Verhalten tritt demgegenüber weitgehend zurück, selbst wenn die Injektion nicht *sehr* klein, sondern immerhin $i_0 = 0,2$ gewählt wird. Die auf Grund der Gln. (V 2.07) und (V 2.09) und (V 3.02) angefertigte Abb. 11 zeigt im wesentlichen die Scheinwiderstandskurve der Junction, die für tiefe Frequenzen ein kapazitiver Halbkreis ist, um für hohe Frequenzen in eine 45°-Gerade überzugehen. Die Wirkung der zwei symmetrischen Bahnen äußert sich praktisch lediglich in einer Parallelverschiebung um annähernd¹ zwei Einheiten in Richtung der positiven reellen Achse. Um das induktive Verhalten der Bahn zum Vorschein kommen zu lassen, müssen Fälle mit starker Injektion behandelt werden. Das wird im nächsten Kapitel möglich sein, wo in bezug auf die Gleichstromvorbelastung i_0 keine Be-

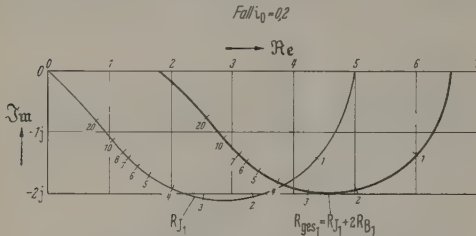


Abb. 11. Der Gesamtwiderstand R_{ges} eines p - n -Gleichrichters. Schwache Vorbelastung ($i_0 = 0,2$)

schränkungen vorgenommen werden. Zur Vereinfachung der unübersichtlichen allgemeinen Ergebnisse des Kap. IV wird in Kap. VI vielmehr der Fall $\omega \ll 1$ behandelt.

VI. Der Grenzfall der tiefen Frequenzen: $\omega \ll 1$

§ 1. Die Formeln für Bahnwiderstand und Junctionleitwert im Falle $\omega \ll 1$

Normalerweise ist die Dotierung stark; dann ist nach (IV 2.13)

$$n_A \approx 1. \quad (\text{VI } 1.01)$$

Die Definitionsgleichung (IV 1.19) des Parameter Θ lautet dann

$$\Theta = \frac{(j\omega)^{\frac{1}{2}}}{2i_0}. \quad (\text{VI } 1.02)$$

Im Grenzfall

$$\omega \ll 1 \quad (\text{VI } 1.03)$$

hat der Parameter Θ also kleine Werte und das gleiche gilt (s. Abb. 8) wegen

$$1 < y < 1 + 2i_0 \quad (\text{VI } 1.04)$$

dann auch für Θy . Deshalb können die BESSEL-Funktionen in (IV 2.02) bis (IV 2.05) und (IV 2.07) bis (IV 2.10) durch ihre Potenzreihenentwicklungen²

¹ Bei $i_0 = 0,2$ ist die Belastung immerhin schon so groß, daß der Bahnwiderstand gesenkt wird: Bei tiefen Frequenzen von 1 auf $1 - i_0 = 0,8$ bei hohen Frequenzen immer noch von 1 auf $1 - \frac{1}{2}i_0 = 0,9$. Daher beträgt die Verschiebung in Richtung der positiven reellen Achse bei tiefen Frequenzen $2 \cdot 0,8 = 1,6$ Einheiten, bei hohen Frequenzen $2 \cdot 0,9 = 1,8$ Einheiten.

² [33] S. 127. Die Werte der allgemeinen Fakultät findet man z. B. in [33] S. 9ff., insbesondere auf S. 15

$$\left(-\frac{3}{2}\right)! = 3,625609908.$$

Dieser Wert wird für die obigen Rechnungen allerdings nicht gebraucht, da $\left(-\frac{3}{2}\right)!$ aus den Rechnungen wieder herausfallen wird.

ersetzt werden:

$$\left. \begin{aligned} J_{-\frac{1}{2}}(j\Theta y) &= J_{\frac{1}{2}}(\Theta y) \\ &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\left(-\frac{3}{2}\right)!} j^{-\frac{1}{2}} \Theta^{-\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} [1 + \Theta^2 y^2 + \dots], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.0)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{-\frac{1}{2}}(j\Theta y) &= J_{-\frac{1}{2}}(\Theta y) \\ &\approx \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)!}{2^{\frac{1}{2}}\pi} j^{-\frac{1}{2}} \Theta^{-\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{3} \Theta^2 y^2 + \dots\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.0)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{+\frac{1}{2}}(j\Theta y) &= J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) \\ &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\left(-\frac{3}{2}\right)!} j^{+\frac{1}{2}} \Theta^{+\frac{1}{2}} y^{+\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{5} \Theta^2 y^2 + \dots\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.0)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{+\frac{1}{2}}(j\Theta y) &= J_{+\frac{1}{2}}(\Theta y) \\ &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}\left(-\frac{3}{2}\right)!}{3\pi} j^{+\frac{1}{2}} \Theta^{+\frac{1}{2}} y^{+\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{7} \Theta^2 y^2 + \dots\right]. \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.0)$$

Aus den Definitionen (IV 2.04) und (IV 2.05) ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} K_{-\frac{1}{2}}(y; \Theta) &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\left(-\frac{3}{2}\right)!} j^{-\frac{1}{2}} \Theta^{-\frac{1}{2}} \times \\ &\times \left[(1 - y^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{3} \Theta^2 (y^{\frac{1}{2}} - 1) + \dots\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.0)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{+\frac{1}{2}}(y; \Theta) &= \frac{2^{\frac{1}{2}}\left(-\frac{3}{2}\right)!}{3\pi} j^{+\frac{1}{2}} \Theta^{\frac{1}{2}} \times \\ &\times \left[(y - 1) + \frac{1}{21} \Theta^2 (y^3 - 1) + \dots\right] \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.1)$$

und aus (IV 2.07) bis (IV 2.10)

$$\left. \begin{aligned} A(y) &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{1}{j\Theta} y^{-\frac{1}{2}} \times \\ &\times \left[1 + \Theta^2 (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 \left(\frac{1}{3} y + \frac{2}{3} y^{\frac{1}{2}} + 1\right)\right] \\ &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{1}{j\Theta} y^{-\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{3} \Theta^2 (y^2 - 4y^{\frac{1}{2}} + 3)\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} B(y) &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3\pi} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1) (y + y^{\frac{1}{2}} + 1) \times \\ &\times \left[1 + \frac{1}{7} \Theta^2 \frac{(y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 (y^2 + 3y^{\frac{1}{2}} + 6y + 3y^{\frac{1}{2}} + 1)}{y + y^{\frac{1}{2}} + 1}\right] \\ &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3\pi} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1) \left[1 + \frac{1}{7} \Theta^2 \frac{y^{\frac{1}{2}} - 7y^2 + 7y^{\frac{1}{2}} - 1}{y^{\frac{1}{2}} - 1}\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} C(y) &\approx \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{1}{j\Theta} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1) \times \\ &\times \left[1 + \frac{1}{3} \Theta^2 y^{\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 (y^{\frac{1}{2}} + 1)\right] \\ &= \frac{2^{\frac{1}{2}}}{\pi} \frac{1}{j\Theta} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1) \times \\ &\times \left[1 + \frac{1}{3} \Theta^2 (y^2 - y^{\frac{1}{2}} - y + y^{\frac{1}{2}})\right], \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} D(y) &= -\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3\pi} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 \left[(2y^{\frac{1}{2}} + 1) + \right. \\ &+ \frac{1}{21} \Theta^2 (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 (6y^{\frac{1}{2}} + 10y + 4y^{\frac{1}{2}} + 1)] \\ &= -\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3\pi} y^{-\frac{1}{2}} (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 \left[(2y^{\frac{1}{2}} + 1) + \right. \\ &+ \frac{1}{21} \Theta^2 (6y^{\frac{1}{2}} - 2y^2 - 10y^{\frac{1}{2}} + 3y + 2y^{\frac{1}{2}} + 1)]. \end{aligned} \right\} (\text{VI } 1.1)$$

mit diesen Gleichungen ist nun die Auswertung von (IV 1.17) bis (IV 2.20) möglich. Es ergibt sich zuerst der Scheinleitwert G_{J_1} der Junction

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{i_1}{U_{J_1}} = (2n_p + i_0) \sqrt{1 + 2i_0} \times \\ &\times \left\{ 1 + \frac{1}{9} \Theta^2 \frac{(y^{\frac{1}{2}} - 1)^2}{y^{\frac{1}{2}} + 1} \times \right. \\ &\times \left. \left[2y^{\frac{3}{2}} + 6y + 9y^{\frac{1}{2}} + 7 \right] + \frac{2}{3} \Theta^2 (y^{\frac{1}{2}} - 1)^2 \times \right. \\ &\times \left. \left. \frac{(y^{\frac{1}{2}} + 1)(y + y^{\frac{1}{2}} + 1)}{y^{\frac{1}{2}}} \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \right\}_{y=1+2i_0} \right\} \quad (\text{VI 1.15}) \end{aligned}$$

dann für die Konzentrationsamplitude n_1

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \{y^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}}\} - \\ &- \frac{1}{9} \Theta^2 y \left\{ + 6(1 - y^{-\frac{1}{2}}) \times \right. \\ &\times \left. \left[\frac{4}{3} (1 + (i_0 - 1) \sqrt{1 + 2i_0}) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{4i_0^2}{\sqrt{1 + 2i_0}} \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \right] - \right. \\ &- \left. \left. [2y^{\frac{3}{2}} - 9y^{\frac{1}{2}} + 8 - y^{-\frac{1}{2}}] \right\} \right\} \quad (\text{VI 1.16}) \end{aligned}$$

und weiter für die Amplitude E_1 der Feldstärke

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_1}{i_1} &= \frac{1}{2} \{y^{-\frac{1}{2}} + y^{-\frac{3}{2}}\} + \\ &+ \frac{1}{18} \Theta^2 \left\{ + 6(1 - y^{-\frac{1}{2}}) \times \right. \\ &\times \left. \left[\frac{4}{3} (1 + (i_0 - 1) \sqrt{1 + 2i_0}) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{4i_0^2}{\sqrt{1 + 2i_0}} \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{2n_p + i_0} \right] - \right. \\ &- \left. \left. [2y^{\frac{3}{2}} - 9y^{\frac{1}{2}} + 8 - y^{-\frac{1}{2}}] \right\} \right\} \quad (\text{VI 1.17}) \end{aligned}$$

Die Ausführung der Integration (IV 2.20) liefert schließlich für den Scheinwiderstand R_{B_1} einer Bahn

$$\left. \begin{aligned} R_{B_1} &= \frac{U_{B_1}}{i_1} = \frac{1}{\sqrt{2i_0 + 1}} + \\ &+ j\omega \left(\frac{8 - \frac{21}{2} i_0^{-1} + 6i_0^{-2} + 11i_0^{-3}}{45 \sqrt{2i_0 + 1}} + \right. \\ &+ \frac{5i_0^{-2} - 11i_0^{-3}}{45} \left. \right) + j\omega \frac{x_p^2}{l_J d} \frac{1}{3} \times \\ &\times \frac{1}{i_0 + 2n_p} \left(\frac{1 - i_0^{-1}}{\sqrt{2i_0 + 1}} + \frac{i_0^{-1}}{2i_0 + 1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 1.18})$$

Wird endlich in (VI 1.15) die Operation $\{y=1+2i_0\}$ ausgeführt und (IV 1.19) beachtet, so ergibt sich für den Scheinleitwert G_1 der Junction

$$\left. \begin{aligned} (2n_p + i_0) \sqrt{1 + 2i_0}, \\ i_1 &= \frac{i_1}{U_{J_1}} = + j\omega \frac{2n_p + i_0}{18i_0^3} [(+2 + 2i_0 - 4i_0^2) + \\ &+ (-2 + 3i_0^2 + 4i_0^3) \sqrt{1 + 2i_0}] + \\ &+ j\omega \frac{1}{3i_0} [(1 + 2i_0)^{\frac{3}{2}} - 1] \frac{x_p^2}{l_J d} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 1.19})$$

In den folgenden beiden Paragraphen 2 und 3 werden wir den Bahnwiderstand R_{B_1} und den Junctionleitwert G_{J_1} im einzelnen studieren.

§ 2. Der differentielle Bahnwiderstand R_{B_1} im Grenzfall $\omega \ll 1$

Das Kohn-Nonnenmachersche Ersatzschaltbild nach Abb. 2 hat sich im vorigen Kap. V im Grenzfall $i_0 \ll 1$ bei allen Frequenzen ω erstaunlich gut bewährt. Daher werden wir es jetzt im Grenzfall tiefer Frequenzen $\omega \ll 1$ erst recht als Diskussionsgrundlage beibehalten. Der Widerstand einer solchen Schaltung nach Abb. 2 ist bei tiefen Frequenzen, bei denen die Induktivität den Widerstand R_{II} kurzschließt, einfach

$$R_{B_1} = R_I + j\omega L \quad (\text{VI 2.01})$$

oder nach Division durch den Bezugswiderstand d $e\mu(p_p + n_n)$ in reduzierten Größen

$$R_{B_1} = R_I + j\omega L. \quad (\text{VI 2.02})$$

Der Vergleich mit (VI 1.18) liefert nun

$$R_I = \frac{1}{\sqrt{2i_0 + 1}}, \quad (\text{VI 2.03})$$

$$L^{(1)} = \frac{1}{45} \frac{1}{\sqrt{2i_0 + 1}} \left[8 - \frac{21}{2} i_0^{-1} + 6i_0^{-2} + \right. \\ \left. + 11i_0^{-3} + (5i_0^{-2} - 11i_0^{-3}) \sqrt{2i_0 + 1} \right], \quad (\text{VI 2.04})$$

$$L^{(2)} = \frac{1}{3} \frac{1}{i_0 + 2n_p} \left[\frac{1 - i_0^{-1}}{\sqrt{2i_0 + 1}} + \frac{i_0^{-1}}{2i_0 + 1} \right] \frac{x_p^2}{l_J d}, \quad (\text{VI 2.05})$$

wobei in der Induktivität die mit den Raumladungsgrößen $\frac{x_p^2}{l_J d}$ behafteten Glieder und die von diesen Raumladungsdaten freien Glieder getrennt sind.

Um das Ergebnis (VI 2.03) zu kontrollieren und zu veranschaulichen, greifen wir noch einmal auf die Gl. (IV 1.17) zurück:

$$E_1(y) = \frac{i_1}{\sqrt{y}} - 2i_0 \frac{n_1(y)}{y}. \quad (\text{IV 1.17})$$

Hieraus berechnet sich nach (IV 2.20) der differentielle Bahnwiderstand

$$\left. \begin{aligned} R_{B_1} &= \frac{1}{2i_0} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{E_1(y)}{i_1} dy \\ &= \frac{1}{2i_0} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{dy}{\sqrt{y}} - \frac{1}{i_1} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{n_1(y)}{y} dy \\ &= \frac{1}{i_0} (\sqrt{1 + 2i_0} - 1) - \frac{1}{i_1} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{n_1(y)}{y} dy. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.06})$$

Der erste Term ist der in Kap. I § 2 schon besprochene „Festschichtwiderstand“; denn er entsteht durch Integration über die Widerstandsschicht $1/(p_0 + n_0)$ der Festschicht. Für $1/(p_0 + n_0)$ liefern aber (III 1.23) und (III.1) zusammen mit (IV 1.16) tatsächlich den Integranden $1/\sqrt{y}$ des ersten Integrals in (VI 2.06).

Dieser Festschichtwiderstand muß weiter gleich dem Sekantenwiderstand der Gleichstromkennlinie der Bahn sein, da die Stromspannungskennlinie einer Reihenschaltung von belastungsunabhängigen, „festen“ Widerständen eine Gerade

¹ Einzelheiten hierzu siehe Anhang III, insbesondere (A III.01) und (A III.15).

ist, die durch den Nullpunkt des Stromspannungsdiagramms geht. Ein Vergleich mit der Gleichstromkennlinie (III 2.03) der Bahn bestätigt auch diese Behauptung, da mit (IV 2.13) aus (III 2.03) tatsächlich für den Sekantenwiderstand

$$U_{B_0} = \frac{1}{i_0} (\sqrt{1+2i_0} - 1) \quad (\text{VI 2.07})$$

folgt, was mit dem ersten Summanden in (VI 2.06) übereinstimmt.

Im Kohn-Nonnenmacherschen Ersatzschaltbild muß dieser Festschichtwiderstand, wie schon in Kap. I § 2 besprochen, gleich der Summe der beiden Widerstände R_I und R_{II} sein, da bei sehr hohen Frequenzen einerseits im Ersatzschaltbild der Nebenschluß durch die Induktivität unwirksam wird, andererseits die Bahn sich wie ein Festschichtwiderstand benimmt. Wir haben also

$$R_I + R_{II} = \frac{1}{i_0} (\sqrt{1+2i_0} - 1). \quad (\text{VI 2.08})$$

Das zweite Integral in (VI 2.06) liefert die Widerstandsverminderung, die dadurch in der Bahn eintritt, daß die Bahn eben keine Festschicht ist, sondern daß die Konzentrationen mit der Belastung pulsieren. Bei beliebig langsamer Pulsation $\omega \rightarrow 0$ werden nun „gleichstromähnliche“ Verhältnisse eintreten. Die Konzentrationsschwankungen n_1 werden sich dann aus den Gleichstrom-Konzentrationen (III 1.23) und (III 1.24) dadurch errechnen lassen, daß man dort i_1 durch $i_0 + i_1$ ersetzt und linearisiert, indem man also — immer unter Beachtung von (IV 1.16) und (IV 2.13) — bildet

$$n_1 = \frac{dn_0}{di_0} i_1 = \frac{1}{2} \frac{2n_A \cdot (x+1)}{2\sqrt{y}} i_1 \quad \left. \begin{aligned} &= \frac{i_1}{4i_0} \frac{y-1}{\sqrt{y}} = \frac{i_1}{4i_0} (y^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{2}}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.09})^1$$

Mit dieser gleichstromähnlichen Konzentrationsschwankung n_1 wird aus dem zweiten Integral in (VI 2.06)

$$\frac{1}{i_1} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} \frac{n_1(y)}{y} dy = \frac{1}{4i_0} \int_{y=1}^{y=1+2i_0} (y^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{3}{2}}) dy \quad \left. \begin{aligned} &= \frac{1}{i_0} \frac{1+i_0 - \sqrt{1+2i_0}}{\sqrt{1+2i_0}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.10})$$

Berechnet man hiermit nach (VI 2.06) den Bahnwiderstand, so kommt

$$R_{B_1}|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{1}{i_0} \left(\sqrt{1+2i_0} - 1 - \frac{1+i_0 - \sqrt{1+2i_0}}{\sqrt{1+2i_0}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1+2i_0}} \quad \left. \right\} \quad (\text{VI 2.11})$$

Der Bahnwiderstand wird also für $\omega \rightarrow 0$ tatsächlich mit dem Kohn-Nonnenmacherschen Widerstand R_I identisch, wie man durch Vergleich von (VI 2.11) und (VI 2.03) feststellt.

Eine letzte Kontrolle ergibt sich schließlich dadurch, daß bei beliebig langsamen Frequenzen und damit gleichstromähnlichem Pulsieren der Konzentration der Bahnwiderstand gleich dem Tangentenwiderstand der Gleichstromkennlinie (III 2.03) werden muß, da ja das Abweichen der Gleichstromkennlinie von der Sekante durch das völlige Mitgehen der Konzentration mit der Belastung verursacht wird. Tatsächlich ergibt auch Differentiation von (III 2.03)

$$\frac{dU_B}{di_0} = \frac{1}{2n_A} \frac{2n_A}{\sqrt{1+2i_0} n_A} = \frac{1}{\sqrt{1+2i_0} n_A}, \quad (\text{VI 2.12})$$

was [unter Beachtung von (IV 2.13)] mit (VI 2.03) und (VI 2.11) übereinstimmt.

Aus (VI 2.03) und (VI 2.08) folgt übrigens für den Widerstand R_{II} des Kohn-Nonnenmacherschen Ersatzschaltbildes

$$R_{II} = \frac{1+i_0 - \sqrt{1+2i_0}}{i_0 \sqrt{1+2i_0}} \quad (\text{VI 2.13})$$

¹ Dieses Resultat stimmt übrigens auch mit (VI 1.16) für $\omega \rightarrow 0$ bzw. $\Theta \rightarrow 0$ überein.

mit den Grenzesetzen

$$R_{II} = \begin{cases} \frac{1}{2} i_0^{-\frac{1}{2}} = 0,707 i_0^{-\frac{1}{2}} & \text{für } i_0 \gg 1, \quad (\text{VI 2.14}) \\ \frac{1}{2} i_0 = 0,5 i_0 & \text{für } i_0 \ll 1. \quad (\text{VI 2.15}) \end{cases}$$

Bei den beiden Induktivitäten (VI 2.04) und (VI 2.05) ergeben sich folgende Grenzesetze:

$$L^{(1)} = \begin{cases} \frac{8}{45} i_0^{-\frac{1}{2}} = 0,126 i_0^{-\frac{1}{2}} & \text{für } i_0 \gg 1, \quad (\text{VI 2.16}) \\ \frac{5}{24} i_0 = 0,208 i_0 & \text{für } i_0 \ll 1, \quad (\text{VI 2.17}) \end{cases}$$

$$L^{(2)} = \begin{cases} \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} i_0^{-\frac{3}{2}} \frac{x_p^2}{l_j d} = 0,236 i_0^{-\frac{3}{2}} \frac{x_p^2}{l_j d} & \text{für } i_0 \gg 1, \quad (\text{VI 2.18}) \\ \frac{1}{2} \frac{i_0}{2n_p + i_0} \frac{x_p^2}{l_j d} & \text{für } i_0 \ll 1. \quad (\text{VI 2.19}) \end{cases}$$

Das hier durch die Grenzübergänge $\omega \ll 1$, $i_0 \ll 1$ gewonnene Grenzesetz (VI 2.15) stimmt übrigens mit der in umgekehrter Reihenfolge ($i_0 \ll 1$, $\omega \ll 1$) gewonnenen Beziehung (V 2.08) überein. Entsprechendes stellt man beim Vergleich von (VI 2.17) und (VI 2.19) mit (V 2.12) fest.

Abb. 12 zeigt die Widerstände R_I und R_{II} und die Abb. 13 die Induktivitäten $L^{(1)}$ und $L^{(2)}$ in Abhängigkeit von der Belastung i_0 . Bei $L^{(2)}$ muß die Belastungsabhängigkeit von l_j berücksichtigt werden, die in Anhang II berechnet wird. Mit den dortigen Ergebnissen (A II.09), (A II.10) und (A II.46) folgt durch Kombination mit (VI 2.18) und (VI 2.19)

$$L^{(2)} \approx \frac{1}{2} \frac{i_0}{2n_p + i_0} \frac{1}{2\sqrt{V_D}} \frac{x_p}{d} \quad \left. \begin{aligned} &\approx \frac{i_0}{8n_p \sqrt{V_D}} \frac{x_p}{d} \quad \text{für } 0 < i_0 < 2n_p, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.20})$$

$$L^{(2)} \approx \frac{1}{2} \frac{i_0}{i_0 + 2n_p} \frac{1}{2\sqrt{\ln \frac{2}{i_0}}} \frac{x_p}{d} \quad \left. \begin{aligned} &\approx \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{2}{i_0}}} \frac{x_p}{d} \quad \text{für } 2n_p < i_0 < 1, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.21})$$

$$L^{(2)} \approx \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} i_0^{-\frac{3}{2}} \frac{9}{16} \frac{1}{(2i_0)^{\frac{1}{2}}} \frac{x_p}{d} \quad \left. \begin{aligned} &= \frac{3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{32} i_0^{-\frac{5}{2}} \frac{x_p}{d} = 0,1114 i_0^{-\frac{5}{2}} \frac{x_p}{d} \\ &\quad \text{für } 1 < i_0 < \infty. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI 2.22})$$

Wichtig sind alle diese Ergebnisse über den Scheinwiderstand R_{B_1} der Bahn aber eigentlich nur für große Belastungen $i_0 \gg 1$. Hier tritt $L^{(2)}$ gegenüber $L^{(1)}$ nach Abb. 13 völlig zurück, und die Zeitkonstante $\frac{L}{R_{II}} \approx \frac{L}{R_I}$ der Parallelschaltung im Kohn-Nonnenmacherschen Ersatzschaltbild wird nach (VI 2.16) und (VI 2.14) belastungsunabhängig²:

$$\frac{L}{R_{II}} = \frac{8}{45} = 0,1770 = (0,422)^2 \quad \text{für } i_0 \gg 1. \quad (\text{VI 2.23})$$

² Das ist übrigens auch für $i_0 < 1$ wieder der Fall, solange $L^{(1)} \gg L^{(2)}$ bleibt. (VI 2.17) und (VI 2.15) ergeben $L^{(1)}/R_{II} = 0,4166$. Die Zeitkonstante der Bahn ist also bei kleinen Belastungen $i_0 < 1$ etwas größer als bei großen Belastungen $i_0 > 1$.

die Bezugszeit, mit der diese reduzierte Zeit L/R_{II} rechnet, ist, natürlich¹ die Diffusionszeit d^2/D der Bahnlänge d ist, besagt (VI 2.23), daß diese Zeitkonstante der Bahn gleich der Zeit ist, die ein Träger überwinden ungefähr der halben Bahnlänge (genauer 0,422) per Diffusion braucht.

Man kann sich zunächst wundern, daß hier eine Diffusionszeit ins Spiel kommt. Bei starken Belastungen i_0 liegen nämlich die Feldströme² wie i_0 , die Diffusionsströme nur wie $\sqrt{i_0}$, die also gegenüber den Feldströmen zurücktreten. Demgegenüber darf man nicht vergessen, daß dies nur für die Gleichstromvorbelastung gilt. Zur Diskussion stehen jetzt aber die Schwankungen, die sich um eine Gleichstromvorbelastung herum abspielen. Obenin wird der Grenzfall „Amplitude $\rightarrow 0$ “ betrachtet. Für diese „unendlich schwachen“ Auschlagsvorgänge wird offenbar maßgebend

1. ein amplitudenunabhängiges Normalfeld \mathfrak{B}/d ;
2. die von diesem Normalfeld erzeugte Normalgeschwindigkeit $\mu \frac{\mathfrak{B}}{d} = \frac{D}{d}$;
3. die mit dieser Normalgeschwindigkeit μ Durchlaufen der Bahnlänge d gebrauchte Zeit $\tau = \frac{d}{\mu} = \frac{d^2}{D}$, also die obengenannte Diffusionszeit.

Das wesentlichste Ergebnis unserer Rechnungen, nämlich die Belastungsunabhängigkeit der Zeitkonstante L/R_{II} , wird übrigens durch Stuttgarter Messungen bestätigt (W. HEINLEIN [35], insbesondere auf S. 38 dortselbst). Der absoluten Größe von L/R_{II} scheint es mir gut zu stehen. Um von dem dimensionslosen Wert $\frac{8}{45}$ auf den absoluten Wert zu kommen, lassen wir nach Anhang III mit der Zeiteinheit $D = d^2/\mu \mathfrak{B}$ multiplizieren, die nach (A III.17) dem von uns immer betrachteten Beispiel $3 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \approx 4 \mu \text{ sec}$ beträgt. Wir kommen auf eine Zeitkonstante $(\frac{8}{45}) \cdot 3.86 \mu \text{sec} = 86 \mu \text{sec}$, während W. HEINLEIN für eine gleiche Flächendiode $15 \mu \text{sec}$ angibt, also rund mal mehr. Hierzu ist zu sagen, daß in dem von uns gewählten Beispiel eine besonders kurze Bahnlänge $d = 100 \mu$ angenommen wird (s. A III.08), um die Voraussetzung „kurzen“ Bahngebiete vernünftig erscheinen lassen. Diese Voraussetzung dürfte bei einer ebenen Flächendiode nicht erfüllt sein. Man darf vermuten, daß bei großer Bahnlänge an die Stelle der Bahnlänge die Diffusionslänge $\sqrt{D\tau}$ und also an die Stelle von d^2/D die Zeit $\sqrt{D\tau^2}/D = \tau$, also die sog. Lebensdauer tritt³. Für diese ist aber nach allen sonstigen Erfahrungen die Größenordnung $100 \mu \text{sec}$ nicht vernünftig. Wir nehmen nun an, daß der Faktor $\frac{8}{45}$ sich annähernd im Fall der großen Bahnlänge anzuwenden ist — und welche Annahme wäre vernünftiger, solange dieser Fall noch nicht explizit durchgerechnet

ist? Dann kommen wir aber auf $(\frac{8}{45}) \cdot 10 \mu \text{sec} = 17,8 \mu \text{sec}$, also so dicht in die Nähe des Heinleinschen Wertes, daß der fernerstehende Leser schon an Manipulationen glauben mag. Auch wir möchten aus dieser Übereinstimmung keinen weitergehenden Schluß ziehen, als zusammenfassend festzustellen: Der von der Theorie gelieferte belastungsunabhängige Wert der Zeitkonstante L/R_{II} erscheint größenordnungsmäßig nicht unsinnig und seine Belastungsunabhängigkeit wird durch die Messung bestätigt.

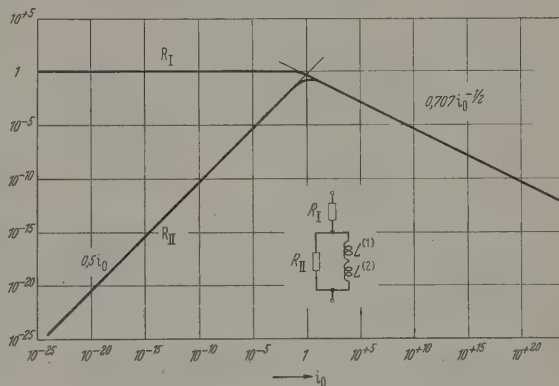


Abb. 12. Abhängigkeit des Bahnwiderstandes von der Gleichstrombelastung i_0 : R_I und R_{II} als Funktionen von i_0

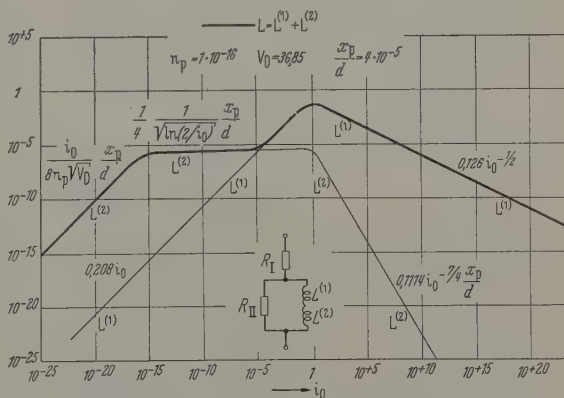


Abb. 13. Abhängigkeit des Bahnwiderstandes von der Gleichstromvorbelastung i_0 : Die Induktivitäten $L^{(1)}$ und $L^{(2)}$ als Funktionen von i_0

§ 3. Der differentielle Leitwert G_{J_1} der Junction im Fall $\omega \ll 2$

Wie in Kap. V § 3 kann man das Ergebnis (VI 1.19) des § 1 als eine Parallelschaltung eines Ohmschen Leitwerts $(2n_p + i_0) \sqrt{1 + 2i_0}$ mit einer Diffusionskapazität C_{Diff} und einer Junctionkapazität C_J darstellen:

$$G_{J_1} = (2n_p + i_0) \sqrt{1 + 2i_0} + \frac{j\omega C_{\text{Diff}} + j\omega C_J}{1 + j\omega C_{\text{Diff}} + j\omega C_J} \quad (\text{VI 3.01})$$

Der Ohmsche Leitwert (s. Abb. 14) stimmt mit dem differentiellen Leitwert di_0/dU_{J_1} der Gleichstromkennlinie (III 3.03) der Junction überein, wie man durch Differentiation der Gl. (III 3.03) und Benutzung von (A I.09) und von (IV 2.13) feststellt. Weiter ergibt

¹ Siehe Anhang III, Gl. (A III.03) und (A III.17).

² Das stellt man auf Grund von (III 1.23) bis (III 1.25)

³ Bei der Gleichstromtheorie gehen jedenfalls der Fall kurzer und langer Bahnlänge durch diesen Übergang „Bahnlänge $d \rightarrow$ Diffusionslänge $\sqrt{D\tau}$ “ auseinander hervor. Siehe HEINLEIN [24] S. 501.

Vergleich von (VI 3.01) mit (VI 1.19)

$$C_{\text{Diff}} = \frac{2n_p + i_0}{18i_0^3} \left[(+2 + 2i_0 - 4i_0^2) + \right. \\ \left. + (-2 + 3i_0^2 + 4i_0^3) \sqrt{1 + 2i_0} \right], \quad (\text{VI 3.02})$$

$$C_J = \frac{1}{3i_0} [(1 + 2i_0)^{3/2} - 1] \frac{x_p^2}{l_J d}. \quad (\text{VI 3.03})$$

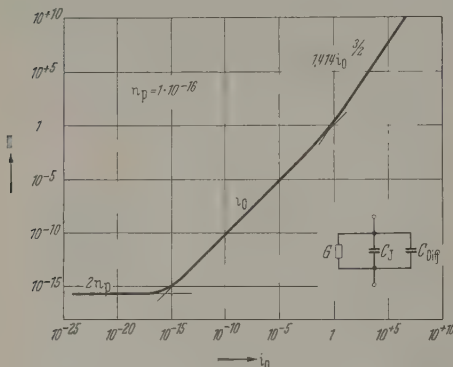


Abb. 14. Abhängigkeit des Junctionleitwertes von der Gleichstromvorbelastung i_0 : Der OHmsche Leitwert G als Funktion von i_0

Die Grenzesetze für große und kleine Strombelastungen (s. auch Abb. 15) lauten

$$C_{\text{Diff}} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{9} i_0^{\frac{3}{2}} = 0,314 i_0^{\frac{3}{2}} & \text{für } i_0 \gg 1, \quad (\text{VI 3.04}) \\ \frac{2n_p + i_0}{3} & \text{für } i_0 \ll 1, \quad (\text{VI 3.05}) \end{cases}$$

$$C_J = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} i_0^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{x_p^2}{l_J d} & \text{für } i_0 \gg 1, \quad (\text{VI 3.06}) \\ 1 \cdot \frac{x_p^2}{l_J d} & \text{für } i_0 \ll 1. \quad (\text{VI 3.07}) \end{cases}$$

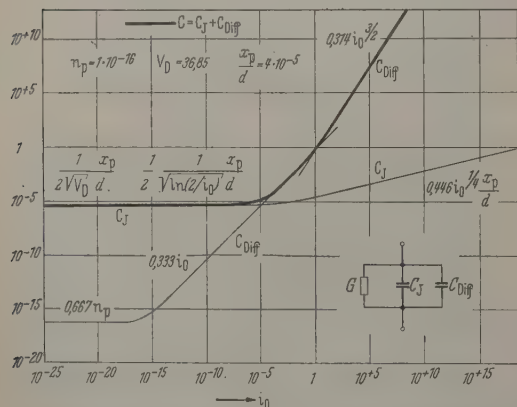


Abb. 15. Abhängigkeit des Junctionleitwertes von der Gleichstromvorbelastung i_0 : Die Kapazitäten C_J und C_{Diff} als Funktionen von i_0

Die jetzt auf dem Wege $\omega \rightarrow 0$, $i_0 \rightarrow 0$ gefundenen Grenzwerte (VI 3.05) und (VI 3.07) stimmen wieder¹ mit den früher auf dem Wege $i_0 \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow 0$ gefundenen Beziehungen (V 3.05) und (V 3.06) überein. Überraschend ist zunächst vielleicht, daß die Kapazitäts-

¹ Die gleiche Feststellung konnten wir ja bei den Ergebnissen (VI 2.15), (VI 2.17) und (VI 2.19) treffen.

länge der Junctionkapazität nur bei kleinen Belastungen gleich l_J ist [s. (VI 3.07)], während nach (VI 3.06) bei großen Belastungen hiervon immer stärkere Abweichungen auftreten. Das erscheint zunächst angesichts der so anschaulichen Einführung der Raumladungskapazität in Abb. 4 nicht recht verständlich. Zur Erklärung verweisen wir auf den Anhang II. Dort stellt sich zum Schluß heraus, daß dem Wesen der Sache nach die Größe l_J mit der Speicherung elektrischer Ladung gar nichts zu tun hat und daher bei niedrigen Belastungen mehr durch Zufall mit der Kapazitätslänge identisch wird.

Setzen wir weiter in (VI 3.06) den Wert l_J nach (A II.46) ein, so kommt

$$C_J = \frac{2\sqrt{2}}{3} i_0^{\frac{1}{2}} \frac{x_p^2}{l_J d} = \frac{2\sqrt{2}}{3} i_0^{\frac{1}{2}} \frac{9}{16 \cdot 2i_0^{\frac{1}{2}}} \frac{x_p^2}{d}, \quad (\text{VI 3.08})$$

$$C_J = \frac{3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^3} i_0^{\frac{1}{2}} \frac{x_p^2}{d} = 0,446 i_0^{\frac{1}{2}} \frac{x_p^2}{d} \quad \text{für } i_0 \gg 1. \quad (\text{VI 3.09})$$

Hiernach ist die echte Kapazitätslänge² bei starken Belastungen gleich $\frac{2\sqrt{2}}{3} i_0^{-\frac{1}{2}} \cdot x_p$ und unterscheidet sich

dann von der in (A II.11) berechneten „Raumladungslänge“ $2i_0^{-\frac{1}{2}} \cdot x_p$ nur noch um den belastungsunabhängigen Zahlenfaktor $\frac{1}{3} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 0,943 \approx 1$.

Dieser Faktor erklärt sich zum Teil dadurch, daß bei der Berechnung des Wertes (A II.11) in der ganz linken Hälfte der Ladungszone die Raumladungsdichte konstant gleich $-en_A$ gesetzt wurde, während in Wirklichkeit diesen Wert doch nur unmittelbar links neben der Mitte $x=0$ hat und dann weiter nach links hin allmählich abnimmt, um an der linken Grenze $x=x_l$ zwischen Raumladungszone und Bahn gleicher Null geworden zu sein. Daneben existieren noch weitere Gründe für das Auftreten eines von 1 verschiedenen Faktors, deren Anführung hier aber zu weit führen würde.

Dr. A. HERLET bin ich für viele Diskussionen und Dank verpflichtet. Insbesondere bei Anhang II seine Kritik sehr bedeutungsvoll. Weiter danke ich den Herren v. KLEINER und H. SPENKE jr., und zwar für Hilfe bei den umständlichen Rechnungen, die von Kap. IV zu Kap. VI führen.

Zusammenfassung

Das Wechselstromverhalten eines gleichstromvorbelasteten p - n -Gleichrichters läßt sich durch ein Ersatzschaltbild nach Abb. 3 wiedergeben (SCHOTT, DEUTSCHMANN-KOHN-NONNENMACHER). Die einzelnen Schaltelemente dieses Ersatzschaltbildes werden berechnet, insbesondere ihre Abhängigkeit von der Gleichstromvorbelastung i_0 (s. die Abb. 12 und 13 wie 14 und 15). Es zeigt sich, daß die bei starken Belastungen ($i_0 \gg 1$) vor allem interessierende Zeitkonstante L/R_{II} der Bahngebiete belastungsunabhängig wird, und zwar ist ihr Wert bis auf einen Faktor gleich der Diffusionszeit d^2/D dieser Gebiete. Di-

² Diese ist durch $C_J = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{A}{l_{\text{Kapaz}}}$ definiert. Um auf reelle Größen zu kommen, dividieren wir durch die Kapazitätseinheit (A III.06) aus Anhang III und benutzen (IV 1.1). Dann lautet die Definitionsgleichung von l_{Kapaz}

$$C_J = \frac{x_p}{l_{\text{Kapaz}}} \cdot \frac{x_p}{d}. \quad (\text{VI 3.10})$$

ssage gilt für „kurze“ Bahngebiete, innerhalb deren
ke d die Rekombination vernachlässigt werden
f. Bei „unendlich langen“ Bahngebieten dürfte an
Stelle der Dicke d wieder die Diffusionslänge $\sqrt{D\tau}$
en, so daß dann die Zeitkonstante L/R_{II} größen-
nungsmäßig mit der Lebensdauer τ der Träger in
Bahngebieten zusammenfallen würde.

Die Belastungsunabhängigkeit der Zeitkonstante
 R_{II} wird übrigens durch die Stuttgarter Messungen
tätigt (W. HEINLEIN [35]). Auch der dort gefun-
e Wert von 15μ sec erscheint größenordnungsmäßig
nünftig.

Anhang I

Die Gleichgewichtsdichten p_p und n_p

Für die Gleichgewichtsdichten p_p und n_p der p -
hn liefert die dortige Neutralitätsbedingung

$$p_p - n_p = n_{A^-} \quad (\text{I } 2.09)$$

ammen mit dem Massenwirkungsgesetz¹

$$p_p \cdot n_p = n_i^2 \quad (\text{A I.01})$$

Werte

$$p_p = \frac{1}{2} n_{A^-} \left(\sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2} + 1 \right) \approx n_{A^-}, \quad (\text{A I.02})$$

$$\left. \begin{aligned} n_p &= \frac{1}{2} n_{A^-} \left(\sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2} - 1 \right) \\ &\approx \frac{n_i^2}{n_{A^-}} \ll n_i \ll n_{A^-} \approx p_p. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A I.03})$$

Näherungsausdrücke ergeben sich, weil normaler-
se die Dotierung n_{A^-} groß gegen die Inversions-
hte n_i ist:

$$n_{A^-} \gg n_i. \quad (\text{A I.04})$$

r die Reduktion wird die Konzentration

$$\left. \begin{aligned} p_p + n_p &= n_{A^-} \sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2} \\ &\approx n_{A^-} \left(1 + 2 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A I.05})$$

nutzt. Hieraus ergibt sich sofort

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_{A^-}}{p_p + n_p} &= n_{A^-} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2}} \\ &\approx 1 - 2 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2 \approx 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A I.06})$$

v.

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_p}{p_p + n_p} &= p_p = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2}} \right) \\ &\approx 1 - \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2 \approx 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A I.07})$$

v.

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_p}{p_p + n_p} &= n_p = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2}} \right) \\ &\approx + \left(\frac{n_i}{n_{A^-}} \right)^2 \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A I.08})$$

nchmal ist es auch zweckmäßig, die reduzierte
oritätsträgerdichte p_p und die reduzierte Dotierung

¹ Siehe [31] S. 26 und 293.

n_{A^-} durch die sehr kleine reduzierte Minoritätsträger-
dichte n_p auszudrücken. Aus den bisherigen Gleichun-
gen folgt streng

$$n_{A^-} = 1 - 2n_p, \quad (\text{A I.09})$$

$$p_p = 1 - n_p, \quad (\text{A I.10})$$

die sich vielleicht einfacher aus

$$\frac{p_p}{p_p + n_p} + \frac{n_p}{p_p + n_p} = p_p + n_p = 1 \quad (\text{A I.11})$$

und aus der reduzierten Neutralitätsbedingung

$$p_p - n_p = n_{A^-} \quad (\text{A I.12})$$

ergeben würden. Nützlich sind auch die durch Ver-
wendung (A I.06) in (A I.07) und in (A I.08) folgenden
streng gültigen Beziehungen

$$p_p = \frac{1}{2} (1 + n_{A^-}), \quad (\text{A I.13})$$

$$n_p = \frac{1}{2} (1 - n_{A^-}), \quad (\text{A I.14})$$

die man auch sofort durch Addition bzw. durch Sub-
traktion der beiden Gln. (A I.11) und (A I.12) erhält.

Anhang II

Der effektive Wert von l_J und seine Abhängigkeit
von der Belastung i_0 .

Bei der üblichen Behandlung der Raumladungs-
zone werden die Konzentrationen p und n der beweg-
lichen Ladungsträger neben der Dotierung vernach-
lässigt. Beispielsweise in der linken Hälfte $-\frac{1}{2}l_J < x < 0$
dieser Zone (s. Abb. 16) wird die Poissonsche Gleichung
folgendermaßen angesetzt:

$$-\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{\epsilon} e n_{A^-}. \quad (\text{A II.01})$$

Sie hat dann die Lösung

$$V(x) = -(V_D - U_{J_0}) + \frac{2\pi e n_{A^-}}{\epsilon} \left(x + \frac{1}{2} l_J \right)^2. \quad (\text{A II.02})$$

Für $x=0$ ergibt sich hieraus und mit Abb. 16

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} (V_D - U_{J_0}) \\ = V(0) = -(V_D - U_{J_0}) + \frac{1}{2} \frac{\pi e n_{A^-}}{\epsilon} l_J^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.03})$$

Hieraus folgt

$$l_J = \frac{l_J}{\frac{\pi e n_{A^-}}{\epsilon}} = \sqrt{V_D - U_{J_0}} \quad (\text{A II.04})$$

oder mit der Debye-Länge (IV 1.13) und mit redu-
zierten Spannungen $V_D/\mathfrak{B} = V_D$ und $U_{J_0}/\mathfrak{B} = U_{J_0}$

$$\frac{l_J}{x_p} = 2 \cdot \sqrt{V_D - U_{J_0}}. \quad (\text{A II.05})$$

Die gesuchte Abhängigkeit von der Belastung i_0 des
 p - n -Gleichrichters ergibt sich durch Anwendung von
(VI 3.03)

$$\frac{l_J}{x_p} = 2 \cdot \sqrt{\ln \frac{\sqrt{1 + 2i_0 n_{A^-}} + n_{A^-}}{\sqrt{1 + 2i_0 n_{A^-}} - n_{A^-}}}. \quad (\text{A II.06})$$

Um dieses Ergebnis zu diskutieren, berücksichtigen
wir (IV 2.13) und (A I.09):

$$n_{A^-} = 1 - 2n_p \approx 1. \quad (\text{A II.07})$$

Weiter benutzen wir die reduzierte Diffusionsspannung (III 3.01) in Verbindung mit (A I.13) und (A I.14):

$$V_D = \ln \frac{p_p}{n_p} = \ln \frac{1+n_A}{1-n_A} \approx \ln \frac{1}{n_p} \gg 1. \quad (\text{A II.08})$$

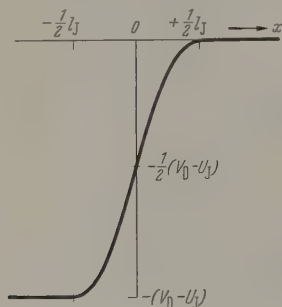


Abb. 16. Der parabolische Potentialverlauf in der Raumladungszone

Auf diesem Wege gewinnen wir aus (A II.06) folgende übersichtliche Näherungen (s. auch Abb. 17):

$$l_J = 2 \sqrt{V_D} \quad \text{für} \quad 0 < i_0 < 2n_p, \quad (\text{A II.09})$$

$$l_J = 2 \sqrt{\ln \frac{2}{i_0}} \quad \text{für} \quad 2n_p < i_0 \ll 1, \quad (\text{A II.10})$$

$$l_J = 2^{3/2} i_0^{-1/2} = 2,38 i_0^{-1/2} \quad \text{für} \quad 1 \ll i_0. \quad (\text{A II.11})$$

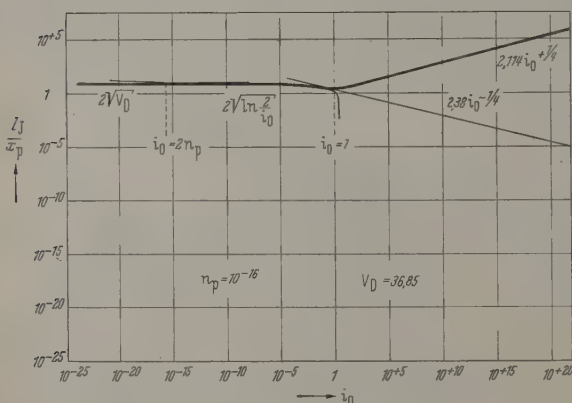


Abb. 17. Die Kapazitätslänge l_J

Gegen diese letzte Gleichung erheben sich aber gewisse Bedenken. Bei der bisherigen Definition und Berechnung von l_J sind wir von der Abb. 16 ausgegangen. Wir haben also die beweglichen Trägerkonzentrationen p und n neben den Dotierungen n_A - und n_D - vernachlässigt. Hiergegen kann bei starken Belastungen $i_0 \gg 1$ eingewendet werden, daß infolge der starken Injektion die Konzentrationen p und n keineswegs mehr klein gegen die Dotierungen n_A - und n_D - sind, sondern im Gegenteil sogar größer als diese geworden sind.

Wir müssen also die „Kapazitätslänge“ l_J in einer Weise einführen, die weiter trägt und allgemeiner gültig ist als die Überlegungen des Kap. II § 2, in denen mit den vereinfachten Vorstellungen des parabolischen Potentialverlaufs gearbeitet wurde. Aber der physi-

kalische Kern des dortigen Gedankenganges, nämlich Kontinuitätsbetrachtungen über die Teilchenströme, dichten

$$s_p = \mu \left(p E - \mathfrak{B} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (\text{A II.12})$$

$$s_n = \mu \left(n E - \mathfrak{B} \frac{\partial n}{\partial x} \right) \quad (\text{A II.13})$$

bilden auch hier den Ausgangspunkt:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial s_p}{\partial x} - \mathfrak{R}, \quad (\text{A II.14})$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\partial s_n}{\partial x} - \mathfrak{R}. \quad (\text{A II.15})$$

Wie überall in dieser Arbeit vernachlässigen wir den Rekombinationsüberschuß \mathfrak{R} . Dann werden (A II.14) und (A II.15) addiert:

$$\frac{\partial}{\partial t} (p + n) = - \frac{\partial}{\partial x} (s_p + s_n). \quad (\text{A II.16})$$

Diese Gleichung gilt für die wirkliche Feldstärke und die wirklichen Konzentrationen p und n . Sie aber auch für die „neutrale Bahnlösung“ $E^{(nB)}$, $p^{(nB)}$, $n^{(nB)}$, die in der Bahn $-d < x < x_l$ mit der wirklichen Lösung E , p , n übereinstimmt und in der linken Hälfte der Raumladungszone $x_l < x < 0$ durch formale Extrapolation der Gln. (III 1.23) bis (III 1.25) (IV 1.08) und (IV 2.18) und (IV 2.19) über ihren eigentlichen Geltungsbereich $-d < x < 0$ hinaus bis $x = 0$ definiert ist (s. auch Abb. 18):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (p^{(nB)} + n^{(nB)}) \\ = - \frac{\partial}{\partial x} (s_p^{(nB)} + s_n^{(nB)}). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.17})$$

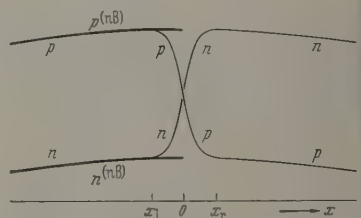


Abb. 18. Extrapolation der „neutralen Bahn-Lösung“ $p^{(nB)}$, $n^{(nB)}$ von $x = x_l$ bis $x = 0$

Die Differenz beider Gleichungen wird nun von $x = x_l$ bis $x = 0$ integriert:

$$\left. \begin{aligned} \int_{x_l}^0 \frac{\partial}{\partial t} [(p + n) - (p^{(nB)} + n^{(nB)})] dx \\ = \left\{ \begin{aligned} -s_p(0) - s_n(0) + s_p(x_l) + s_n(x_l) \\ + s_p^{(nB)}(0) + s_n^{(nB)}(0) - s_p^{(nB)}(x_l) - s_n^{(nB)}(x_l) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.18}) \end{aligned} \right\}$$

Die neutrale Bahnlösung verändert sich in der schmalen Raumladungszone praktisch nicht. Im Integrationsbereich dürfen also einfach ihre Werte an der unteren Grenze $x = x_l$ des Integrationsintervalls verwendet werden. Dort sind aber die neutralen Bahnlösungen $p^{(nB)}$, $n^{(nB)}$, $s_p^{(nB)}$, $s_n^{(nB)}$ und die wirklichen Größen p , n , s_p , s_n identisch. Berücksichtigen wir dies links

egranden sowie auf der rechten Seite von (A II.18), kommt

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [(p+n) - (p+n)_{x_l}] dx \\ & = -s_p(0) - s_n(0) + s_p^{(nB)}(0) + s_n^{(nB)}(0). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.19})$$

Es darf die Integration und die Differentiation vertauscht werden, da die untere Integrationsgrenze x_l belastungs- und daher auch zeitunabhängig betrachtet werden darf. Von x_l ist ja nur zur fordern, $\beta x_l \gg x_p$ ist. Dann ist sichergestellt, daß bei x_l die gleichen Größen p , n , E und die neutrale Bahnung $p^{(nB)}$, $n^{(nB)}$, $E^{(nB)}$ identisch sind. Welchen Wert x_l im einzelnen hat, ist unwichtig. Er kann also astungs- und daher zeitunabhängig festgesetzt werden¹.

Auf der rechten Seite von (A II.19) kompensieren die beiden ersten Summanden, denn wegen der vorausgesetzten Symmetrie müssen in der Mitte $x=0$ so viele Elektronen von rechts nach links wie Lochelektronen von links nach rechts strömen. Im einzelnen kann man sich von dieser gegenseitigen Kompensation auch auf Grund der bei $x=0$ geltenden Symmetriebeziehungen überzeugen (s. Abb. 6). Es nimmt also

$$\left. \begin{aligned} & \int_{x_l}^0 [(p+n) - (p+n)_{x_l}] dx \\ & = s_p^{(nB)}(0) + s_n^{(nB)}(0). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.20})$$

Auf der rechten Seite verwenden wir die für die neutrale Bahnung in I § 2 gemachten Ansätze (I 2.03) (I 2.08) und berücksichtigen (II 2.17)

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_l}^0 [(p+n) - (p+n)_{x_l}] dx \\ & = + \left\{ (p_0 - n_0) E_1 + (p_1 - n_1) E_0 - \right. \\ & \quad \left. - \Re \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial n_1}{\partial x} \right) \right\}_{x=0} e^{j\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.21})$$

Wir erzwingen nun die unveränderte Gültigkeit der in den Kap. I bis VI gewonnenen Ergebnisse dadurch, daß wir (II 2.18) als Definitionsgleichung für einen effektiven Wert der Länge l_J betrachten. Der Vergleich von (II 2.18) mit (A II.21) ergibt dann die Berechnungsvorschrift

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\epsilon}{4\pi e} \frac{1}{l_J} U_{J_1} \\ & = \frac{e^{-j\omega t}}{\mu} \frac{\partial}{\partial t} \int_{x_l}^0 [(p+n) - (p+n)_{x_l}] dx. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.22})$$

Übereinstimmung mit ($p_p + n_p$), Einführung der Debye-Länge x_p nach (IV 1.13), der reduzierten Konzentrationen p und n nach den Gln. (III 1.10) und (III 1.11) und (IV 1.01) und (IV 1.02) und der reduzierten Spannungsamplitude $U_{J_1} = U_{J_1}/\Re$ gibt schließlich

$$\left. \begin{aligned} & \frac{x_p}{l_J} - \frac{e^{-j\omega t}}{U_{J_1}} \frac{\partial}{\partial(j\omega t)} \int_{x_l}^0 [(p+n) - \\ & \quad - (p(x_l) + n(x_l))] \frac{dx}{x_p}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.23})$$

¹ Im übrigen kann die Rechnung auch ohne Vertauschung der Operationen $\int_{x_l}^0$ und $\partial/\partial t$ durchgeführt werden. Am Resultat ändert sich nichts. Dieser Weg ist aber umständlicher als oben geschilderte Rechnungsgang.

Um diese Berechnungsvorschrift für l_J auszuwerten, wenden wir dieselben Gedankengänge wie in ([24] IV Nachtrag) an, d.h. wir kombinieren die Poissonsche Gleichung

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = - \frac{4\pi e}{\epsilon} (p - n - n_A) \quad (\text{A II.24})$$

mit dem Boltzmann-Prinzip und der Symmetriebeziehung $n(0) = p(0)$

$$p(x) = p(0) e^{-\frac{V(x) - V(0)}{\Re}}, \quad (\text{A II.25})$$

$$n(x) = n(0) e^{\frac{V(x) - V(0)}{\Re}} = p(0) e^{\frac{V(x) - V(0)}{\Re}}. \quad (\text{A II.26})$$

Einführung der dimensionslosen Größen

$$\varphi = \frac{V(x) - V(0)}{\Re} \quad (\text{A II.27})$$

und

$$z = \frac{x}{x_p} \quad (\text{A II.28})$$

vereinfacht diese Gleichungen zu

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} = - (p - n - n_A), \quad (\text{A II.29})$$

$$p = p(0) e^{-\varphi}, \quad (\text{A II.30})$$

$$n = p(0) e^{+\varphi}. \quad (\text{A II.31})$$

Wir setzen (A II.30) und (A II.31) in (A II.29) ein, multiplizieren mit $2 \frac{d\varphi}{dz}$ und integrieren einmal:

$$\left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 = +2n_A(\varphi - \varphi_l) + 4p(0) [\mathfrak{U}\varphi - \mathfrak{U}\varphi_l]. \quad (\text{A II.32})$$

Die Integrationskonstante ist so gewählt, daß am linken Ende der Raumladungszone, wo das reduzierte Potential φ den Wert

$$\left. \begin{aligned} \varphi|_{x=x_l} = \varphi_l &= -\frac{1}{2} (V_D - U_J) \\ &= -\frac{1}{2} (V_D - U_{J_0} - U_{J_1} e^{j\omega t}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.33})$$

annimmt (s. Abb. 19), die reduzierte Feldstärke $d\varphi/dz$ verschwindet. Diese Konstantenwahl ist vernünftig und notwendig, weil die Bahnfeldstärke verschwindend klein gegenüber den hohen Feldstärken in der Raumladungszone ist.

Verwenden wir andererseits (A II.30) und (A II.31) sowie (A II.28) und schließlich noch (A III.04) in (A II.23), so erhalten wir

$$\frac{x_p}{l_J} = \frac{\partial}{\partial(U_{J_1} e^{j\omega t})} \int_{z=z_l(x_p)}^{z=0} 2p(0) [\mathfrak{U}\varphi - \mathfrak{U}\varphi_l] dz. \quad (\text{A II.34})$$

Mit (A II.32) können wir jetzt φ an Stelle von z als Integrationsvariable einführen:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{x_p}{l_J} = \frac{\partial}{\partial(U_{J_1} e^{j\omega t})} \times \\ & \times \int_{\varphi=\varphi_l}^{\varphi=0} \frac{2p(0) [\mathfrak{U}\varphi - \mathfrak{U}\varphi_l]}{\sqrt{+2n_A(\varphi - \varphi_l) + 4p(0) [\mathfrak{U}\varphi - \mathfrak{U}\varphi_l]}} d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.35})$$

Zur Auswertung brauchen wir noch die Bemerkung, daß nach dem Boltzmann-Prinzip (s. auch Abb. 19)

$$p(0) = p(x_l) e^{-\frac{1}{2}(V_D - U_J)} = p(x_l) e^{+\varphi_l} \quad (\text{A II.36})$$

ist. Weiter ersetzen wir nach (A II.33) die Differentiation nach $U_J e^{i\omega t}$ durch eine solche nach $2\varphi_l$. So erhalten wir schließlich

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_p}{l_J} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_l} \times \\ &\times \int_{\varphi_l}^0 \frac{2p(x_l) e^{\varphi_l} (\mathcal{U}_0[\varphi - \mathcal{U}_0[\varphi_l]]}{\sqrt{1 + 2n_A (\varphi - \varphi_l) + 4p(x_l) e^{\varphi_l} (\mathcal{U}_0[\varphi - \mathcal{U}_0[\varphi_l]]}} d\varphi \quad (\text{A II.37}) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial I}{\partial \varphi_l}. \end{aligned} \right\}$$

Um den Anschluß an die früheren Ausführungen und Ergebnisse (A II.06) zu gewinnen, spezialisieren wir

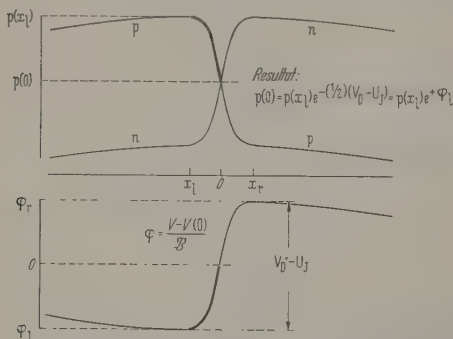


Abb. 19. Anwendung des Boltzmann-Prinzips auf die linke Hälfte der Raumladungszone

die allgemeine Gl. (A II.37) zunächst für schwache Belastungen, also für $|\varphi_l| = +\frac{1}{2}(V_D - U_J) \gg 1$, bei denen $p(x_l) \approx p_p$ ist. Abb. 20 zeigt den Integranden

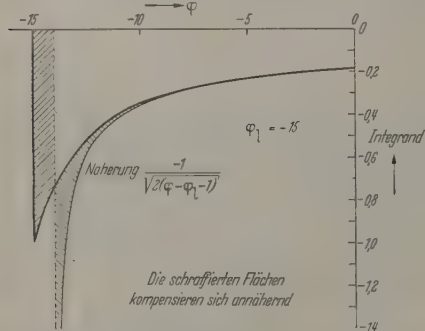


Abb. 20. Der Integrand des Integrals I im Falle $|\varphi_l| \gg 1$

im Fall $|\varphi_l| = 15$. Man sieht, daß dann mit guter Näherung gelten wird

$$\left. \begin{aligned} I &\approx \int_{\varphi_l+1}^{\varphi=0} \frac{1}{\sqrt{2(\varphi - \varphi_l - 1)}} d\varphi \\ &= -\sqrt{2(\varphi - \varphi_l - 1)} \Big|_{\varphi_l+1}^{\varphi=0} = -\sqrt{-2(\varphi_l + 1)} \\ &= -\sqrt{2|\varphi_l|}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.38})$$

wobei starke Dotierung $n_A \approx 1$, $p_p \approx 1$ vorausgesetzt ist und zum Schluß von der Voraussetzung $|\varphi_l| \gg 1$ noch einmal Gebrauch gemacht wurde.

(A II.37) und (A II.38) zusammen liefern dann

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_p}{l_J} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_l} (-\sqrt{-2\varphi_l}) \\ &= \frac{\partial}{\partial (-2\varphi_l)} \sqrt{-2\varphi_l} = \frac{1}{2\sqrt{-2\varphi_l}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A II.3})$$

und mit (A II.33) kommt

$$\frac{x_p}{l_J} = \frac{1}{2\sqrt{V_D - U_J}}, \quad (\text{A II.4})$$

womit das Ergebnis (A II.05) der Näherungsrechnung voll bestätigt wird. Vor allem aber wollen wir l_J für große Belastungen $i_0 \gg 1$ ermitteln. Hierzu müssen wir (A II.37) für den Grenzfall $\varphi_l \ll 1$ präparieren. Es wird dann nach (III 1.24) wegen $x_l = x_l/d \ll 1$ und $n_A \approx 1$

$$p(x_l) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + 2i_0 n_A (x_l + 1)} + n_A \right\} \approx \frac{1}{2} \sqrt{2i_0} \quad (\text{A II.4})$$

und weiter mit (III 3.08) und (A II.33)

$$p(x_l) \approx \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{V_D - U_J}} = \frac{1}{\sqrt{-2\varphi_l}}. \quad (\text{A II.4})$$

Hiermit nimmt (A II.37) folgende Gestalt an:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_p}{l_J} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_l} \times \\ &\times \int_{\varphi_l}^0 \frac{\frac{1}{\sqrt{-2\varphi_l}} (\varphi^2 - \varphi_l^2)}{\sqrt{1 + 2(\varphi - \varphi_l) + \frac{1}{\sqrt{-\varphi_l}} (\varphi^2 - \varphi_l^2)}} d\varphi \quad (\text{A II.4}) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_l} \frac{1}{\sqrt{-\varphi_l}} \int_{\varphi_l}^0 (\varphi + \varphi_l) d\varphi, \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{x_p}{l_J} = \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial \varphi_l} \left(-\frac{3}{2} \sqrt{-\varphi_l} \right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{-\varphi_l} \quad (\text{A II.4})$$

und schließlich mit (III 3.08) und (A II.33)

$$\frac{x_p}{l_J} = \frac{9}{16} \cdot (2i_0)^{-1/2} \quad (\text{A II.4})$$

oder

$$\frac{l_J}{x_p} = \frac{16 \cdot 2^{1/2}}{9} i_0^{1/2} = 2,111 i_0^{1/2}. \quad (\text{A II.4})$$

Ein Vergleich mit (A II.11) zeigt, daß die Theorie des parabolischen Potentialfeldes für $i_0 \gg 1$ tatsächlich zu einem ganz falschen Ergebnis geführt hat.

Das ist zunächst doch sehr verwunderlich. Obwohl in der Raumladungszone die beweglichen Trägerkonzentrationen p und n sehr groß gegen die Dotierung n_A werden, variiert ja die Raumladungsdichte nur von 0 am Rande bis zu $-en_A$ in der Mitte. Die Größenordnung der Raumladung ist also auch bei sehr hohen Belastungen dieselbe wie bei niedrigen Belastungen, nämlich $-en_A$, und deshalb sollten die mit der Vereinfachung $\varrho = \text{const} = -en_A$ gewonnenen Ergebnisse wenigstens nicht größenordnungsmäßig falsch sein.

Die Aufklärung ist nicht ganz einfach. Man sieht schließlich, daß die so anschaulichen Betrachtung in Kap. II § 2 (namentlich Abb. 5) zwar nicht falsch sind, aber doch am Wesen der Sache eigentlich vorbeigehen und auf eine ganz falsche Fährte führen. Die hier in Anhang A II gegebene Ableitung zeigt, daß gar nicht der elektrische Defektelektronenstrom i_p und

elektrische Ladung σ_1 und deren differentielle Änderung mit U_j , also die elektrische Kapazität das scheidende sind. Es kommt bei der fraglichen Bedingung (II 2.18) eigentlich auf die Divergenz gesamten Teilchenstromes $s_p + s_n$ und auf die gesamte Teilchenmenge $p + n$ und deren differentielle Änderung mit der Spannung U_j an und nicht auf die elektrischen Größen $e(s_p - s_n)$ und $\varrho = e(p - n)$. Beide Betrachtungen werden bei niedrigen Belastungen wegen praktischen Verschwindens der Minoritätsträgeranteile identisch. Aber eigentlich ist das nur Zufall.

Anhang III

Die Einführung der reduzierten Größen. Unterlagen ein numerisches Beispiel.

Ausgangspunkte bei der Einführung reduzierter Größen sind

1. die Wahl der Bahnlänge d als Einheitslänge

$$\text{z.B. } x = \frac{x}{d}, \quad (\text{III 1.17})$$

2. die Wahl des Voltäquivalents $\mathfrak{B} = kT/e$ als Einheitsspannung

$$\text{z.B. } U_{B_0} = \frac{U_{B_0}}{\mathfrak{B}}, \quad (\text{III 2.02})$$

3. die Wahl der gesamten Trägermenge $p_p + n_p$ als Konzentrationseinheit

$$\text{z.B. } \frac{n_0}{p_p + n_p} = n_0, \quad (\text{III 1.10})$$

4. die Wahl der reziproken Diffusionszeit $D/d^2 = d^2$ als Frequenzeinheit

$$\text{z.B. } \frac{\omega}{D/d^2} = \omega. \quad (\text{IV 1.05})$$

Einheit der elektrischen Feldstärke mußte dann gewählt werden:

$$\frac{E_0}{\mathfrak{B}/d} = E_0 \quad (\text{III 1.15})$$

als Einheit der Stromdichte $e\mu(p_p + n_p)\mathfrak{B}/d$:

$$\frac{i_0}{e\mu(p_p + n_p)\mathfrak{B}/d} = i_0. \quad (\text{III 1.16})$$

Es ist nämlich das räumliche Integral über die reduzierte Feldstärke E_0 gleich der reduzierten Spannung

$$\text{z.B. } \int_{x=-1}^{x=0} E_0 dx = U_{B_0} \quad (\text{III 2.03})$$

dann fallen in einer Stromgleichung alle Faktoren

$$\text{z.B. } \frac{dn_0}{dx} + n_0 E_0 = \frac{1}{2} i_0. \quad (\text{III 1.18})$$

Einheit des Widerstandes der Fläche A muß weiter gewählt werden

$$\left. \begin{aligned} \text{Widerstandseinheit} &= \frac{\text{Spannungseinheit}}{\text{Stromdichteinheit} \cdot A} \\ &= \frac{\mathfrak{B}}{e\mu(p_p + n_p) \frac{\mathfrak{B}}{d} A} \\ &= \frac{d}{e\mu(p_p + n_p) A} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A III.01})$$

Die Einheit des Leitwertes der Fläche A ist entsprechend

$$\left. \begin{aligned} \text{Leitwertseinheit} &= (\text{Widerstandseinheit})^{-1} \\ &= \frac{e\mu(p_p + n_p) A}{d} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A III.02})$$

Da als Einheit der Kreisfrequenz D/d^2 gewählt wurde [(IV 1.04) und (IV 1.05)], muß jetzt als Zeiteinheit natürlich die Diffusionszeit $d^2/D = d^2/\mu\mathfrak{B}$ gewählt werden:

$$\frac{t}{d^2/\mu\mathfrak{B}} = t. \quad (\text{A III.03})$$

Dann rechnet sich nach (IV 1.05) und (A III.03) der Phasenwinkel ohne Faktor um:

$$\omega t = \omega t. \quad (\text{A III.04})$$

Wenn wir nun für einen reduzierten Widerstand der Fläche A einen Ausdruck

$$R + j\omega L$$

erhalten [s. z.B. (VI 2.02)] und entsprechend L als eine reduzierte Induktivität auffassen, so muß

$$\begin{aligned} \text{Frequenzeinheit} \cdot \text{Induktivitätseinheit} \\ = \text{Widerstandseinheit} \end{aligned}$$

sein. Daraus und aus (IV 1.05) und (A III.01) folgt

$$\left. \begin{aligned} \text{Induktivitätseinheit der Fläche } A \\ = \frac{d}{e\mu(p_p + n_p) A} \frac{d^2}{\mu\mathfrak{B}} \\ = \frac{d^3}{e\mu^2(p_p + n_p) A \mathfrak{B}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A III.05})$$

Entsprechend ergibt sich aus der Auffassung eines komplexen Leitwertes $G + j\omega C$ als Parallelschaltung eines ohmschen Leitwertes und einer Kapazität [s. z.B. (VI 3.01)], daß

$$\begin{aligned} \text{Frequenzeinheit} \cdot \text{Kapazitätseinheit} \\ = \text{Leitwertseinheit} \end{aligned}$$

sein muß. Daraus und aus (IV 1.05) und (A III.02) folgt

$$\left. \begin{aligned} \text{Kapazitätseinheit} &= \frac{e\mu(p_p + n_p) A}{d} \frac{d^2}{\mu\mathfrak{B}} \\ \text{Kapazitätseinheit} &= \frac{e(p_p + n_p) A d}{\mathfrak{B}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A III.06})$$

Zum Schluß wollen wir noch die numerischen Werte all dieser Einheiten in einem bestimmten Fall angeben. Damit in den Gängen der Widerstände und Induktivitäten und der Leitwerte und Kapazitäten die einzelnen Gebiete möglichst getrennt erscheinen (s. insbesondere die Abb. 12 und 13 und 14 und 15), ist als Beispiel ein sehr hoch dotierter Si-Gleichrichter mit folgenden Daten gewählt worden:

$$p_p + n_p \approx n_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}, \quad (\text{A III.07})$$

$$d = 100 \mu = 10^{-2} \text{ cm}. \quad (\text{A III.08})$$

Die Materialkonstanten des Siliziums sind bei Zimmertemperatur¹

$$\varepsilon = 11,9, \quad (\text{A III.09})$$

$$n_i \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}, \quad (\text{A III.10})$$

$$\mu = 10^3 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}}, \quad (\text{A III.11})$$

Bei Zimmertemperatur ist die Spannungseinheit

$$\mathfrak{B} \approx 25,9 \text{ mVolt} = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Volt}. \quad (\text{A III.12})$$

Die Einheitsfeldstärke wird also

$$\frac{\mathfrak{B}}{d} = 2,59 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} \quad (\text{A III.13})$$

und die Einheit der Stromdichten

$$\left. \begin{aligned} e\mu(p_p + n_p) \frac{\mathfrak{B}}{d} \\ = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coul} \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}} \times \\ \times 10^{18} \text{ cm}^{-3} \cdot 2,59 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = 4,14 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Amp}}{\text{cm}^2}, \end{aligned} \right\} (\text{A III.14})$$

und die Einheit des Widerstandes

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{e\mu(p_p + n_p) A} \\ = \frac{10^{-2} \text{ cm}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coul} \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}} \cdot 10^{-18} \text{ cm}^{-3} \cdot A} \\ = 6,25 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{\text{cm}^2}{A} \right) \cdot \Omega \end{aligned} \right\} (\text{A III.15})$$

und die Einheit des Leitwertes

$$\frac{e\mu(p_p + n_p) A}{d} = 1,6 \cdot 10^4 \left(\frac{A}{\text{cm}^2} \right) \Omega^{-1} \quad (\text{A III.16})$$

und die Einheit der Zeit

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{\mu \mathfrak{B}} &= \frac{10^{-4} \text{ cm}^2}{10^{+3} \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}} \cdot 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Volt}} \\ &= 3,86 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \end{aligned} \right\} (\text{A III.17})$$

und die Einheit der Kreisfrequenz

$$\left. \begin{aligned} \mu \mathfrak{B} \\ d^2 \end{aligned} = \frac{10^{+3} \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}} \cdot 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Volt}}{10^{-4} \text{ cm}^2} \right\} (\text{A III.18})$$

$$= 2,59 \cdot 10^{+5} \text{ sec}^{-1}$$

oder die Einheit der Frequenz

$$\frac{1}{2\pi} \cdot 2,59 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1} = 4,12 \cdot 10^{+4} \text{ Hz} \quad (\text{A III.19})$$

und die Einheit der Induktivität

$$\left. \begin{aligned} \text{Widerstandseinheit} \cdot \text{Zeiteinheit} \\ = 6,25 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{cm}^2}{A} \right) \Omega \cdot 3,86 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \\ = 2,41 \cdot 10^{-10} \left(\frac{\text{cm}^2}{A} \right) \text{H} \end{aligned} \right\} (\text{A III.20})$$

¹ Da mit gleicher Beweglichkeit für Elektronen und Defektelektroden gerechnet wurde, ist die Behauptung, daß es sich bei dem gewählten Beispiel um einen Siliziumgleichrichter handle, nur cum grano salis aufzufassen. Es wurde zwischen den $500 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}}$ der Defektelektroden und den $1200 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sec}}$ der Elektronen ein rechnerisch bequemer Mittelwert gewählt, da es sich bei dem Zahlenbeispiel doch nur um das Kennenlernen der Größenordnungen handeln kann.

und die Einheit der Kapazität

$$\left. \begin{aligned} \text{Leitwertseinheit} \cdot \text{Zeiteinheit} \\ = 1,6 \cdot 10^4 \left(\frac{A}{\text{cm}^2} \right) \Omega^{-1} \cdot 3,86 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \\ = 6,17 \cdot 10^{-2} \left(\frac{A}{\text{cm}^2} \right) \text{Farad}. \end{aligned} \right\} (\text{A III.21})$$

Nach Ausrechnung all dieser Einheiten wollen wir mit den gleichen numerischen Daten (A III.07) (A III.12) die Zahlenwerte der Parameter festlegen, für die Kurvenverläufe der Abb. 13, 14 und 15 braucht werden. Es sind dies im einzelnen nach (III 1.14) und (A I.01) und (A I.02)

$$n_p = \frac{n_p}{p_p + n_p} = \frac{n_i^2/p_p}{p_p + n_p} \approx \frac{n_i^2}{n_p^2} = 10^{-16} \quad (\text{A III.22})$$

und nach (III 3.01)

$$V_D = \ln \frac{p_p}{n_p} \approx \ln \frac{1}{n_p} = 16 \cdot 2,303 = 36,85 \quad (\text{A III.23})$$

und schließlich nach (IV 1.13)

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_p}{d} &= \frac{1}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{B}}{4\pi e(p_p + n_p)}} \\ &= \frac{1}{(d/\text{cm})} \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \mathfrak{B}/\text{Volt}}{4\pi \cdot 1,44 \cdot 10^{-7} (p_p + n_p)/\text{cm}^{-3}}} \\ \frac{x_p}{d} &= \frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} \cdot 4,13 \cdot 10^{-7} \approx 4 \cdot 10^{-5}. \end{aligned} \right\} (\text{A III.24})$$

Literatur: [1] SCHOTTKY, W., u. W. DEUTSCHMANN: *Phys. Z.* **30**, 839 (1929). — [2] SPENKE, E.: *Wiss. Veröff. Siemenswerk* **20**, 40—67 (1941). — [3] SCHOTTKY, W.: *Z. Physik* **1**, 539 (1942). — [4] RATH, H.-L.: Über Scheinleitwertmessung an Trockengleichrichtern, insb. an legierten Germanium-Indium-Gleichrichtern, Diss. Technische Universität, Berlin-Charlottenburg 1954. — [5] RATH, H.-L.: *Naturwiss.* **41**, (1954). — [6] MUSS, D. R.: *J. Appl. Phys.* **26**, 1514 (1955). — [7] HARTEN, H. U.: *Naturwiss.* **41**, 162 (1954). — [8] HARTEN, H. U., W. KOCH, H. L. RATH u. W. SCHULTZ: *Z. Physik* **1**, 336 (1954). — [9] RATH, H.-L.: *Z. Naturforsch.* **9a**, (1954). — [10] SPENKE, E.: *Z. Physik* **128**, 586 (1950). — [11] SCHOTTKY, W.: *Z. Physik* **132**, 261 (1952). — [12] ROSE, F.: *Ann. Phys.* **9**, 97 (1951). — [13] ROSE, F.: *Ann. Phys.* **9**, 124 (1951). — [14] RATH, H.-L.: *Phys. Verh.* **6**, 129 (1955). — [15] SCHULTZ, W.: *Z. Physik* **138**, 598 (1954). — [16] EINSLE, Th.: *Z. angew. Phys.* **4**, 183 (1952). — [17] EINSLE, Th.: *Funk u. Ton* **7**, 557 (1953). — [18] SCHREIBER, F.: *Frequenz* **8**, 215 (1954). — [19] KOHN, G., u. W. NONNENMACHER: *Arch. elektr. Übertragung* **8**, 561 (1954). — [20] KOHN, G.: *Arch. elektr. Übertragung* **9**, 241 (1955). — [21] KANAI, Y.: *J. Phys. Soc. Japan* **10**, 719 (1955). — [22] SEILER, K., u. H. WÜRRER: *Nachrichtentechn. Fachber.* **1**, 3 (1955). — [23] GUGGENBUHL, W.: *Arch. elektr. Übertragung* **10**, 483 (1956). — [24] HERLET, A.: *Z. Naturforsch.* **11a**, 498 (1956). — [25] EDEEN, J., und W. H. BRATTAIN: *Phys. Rev.* **75**, 1208 (1949). — [26] BRAY, R., und B. R. GOSSICK: *Phys. Rev.* **91**, 1 (1953). — [27] SHOCKLEY, W.: *Bell Syst. Techn. J.* **28**, (1949). — [28] SHOCKLEY, W.: *Electrons and Holes in Semiconductors*. Toronto-New York-London: D. Van Nostrand Company 1950. — [29] WELKER, H., und H. WEISS: *Semiconductor Physics, Advances in Research and Applications*. New York: Academic Press, Inc. Publisher 1956. — [30] SPENKE, E.: *Z. Naturforsch.* **11a**, 440 (1956). — [31] SPENKE, E.: *Elektronische Halbleiter*. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. — [32] HERLET, A., u. E. SPENKE: *Z. angew. Phys.* **99**, 149, 195 (1955). — [33] JAHNKE-EMDE: *Tafeln höherer Funktionen*. Leipzig: B. G. Teubner 1948. — [34] KAMKE, E.: *Differentialgleichungen*. Leipzig: Becker & Erler Kom. 1942. — [35] HEINLEIN, W.: *Nachrichtentechn. Fachber.* **37** (1956).

Dr. EBERHARD SPENKE,
Pretzfeld Ofr.,
Laboratorium der Siemens-Schuckertwerke A.G.

Ein X-Band-Spektrometer zum Nachweis paramagnetischer Resonanzen

VON WERNER STIELER

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 24. Oktober 1957)

A. Einleitung und Problemstellung

Das Verhalten eines paramagnetischen Stoffes in einem magnetischen Gleichfeld beschreibt man durch Angabe der statischen Suszeptibilität $\bar{\chi}$.

$$\bar{S} = \bar{\chi} \cdot \mu_0 \cdot \mathfrak{H} \quad (1)$$

\bar{S} = magnetische Polarisation,
 μ_0 = Permeabilität des Vakuums,
 \mathfrak{H} = magnetische Feldstärke.

Es ist also ein Maß dafür, wie weit es einem äußeren Magnetfeld gelingt, die Elementarmagnete entgegen der orientierenden Wirkung der Temperaturbewegung in Feldrichtung auszurichten.

Befindet sich eine paramagnetische Probe in einem magnetischen Gleichfeld \bar{H} , und läßt man außerdem noch eine magnetische Wechselfeldstärke \tilde{H} so auf sie wirken, daß die Wechsel- und die Gleichfeldstärke kreuzrecht aufeinanderstehen, dann erweist sich die Suszeptibilität als frequenzabhängig. Für bestimmte Frequenzen des Wechselfeldes zeigt die Suszeptibilität ein Resonanzverhalten, das man durch Einführung einer komplexen Hochfrequenzsuszeptibilität

$$\chi_m = \chi'_m - i\chi''_m \quad (2)$$

beschreiben kann. χ'_m gibt dabei die Dispersion, χ''_m die Absorption wieder. Diese Erscheinung heißt paramagnetische Resonanz und ist ein Analogon zur optischen Absorption und Dispersion.

Zur Erzielung einer hohen Energiedichte erfolgt die Untersuchung in der Regel in einem Resonanzsystem, der auf die Frequenz der Wechselfeldstärke abgestimmt ist. χ'_m äußert sich dann in einer Verstärkung, χ''_m in einer Güteänderung des Resonators.

Der paramagnetischen Resonanz (PR) liegt atomistisch gesehen folgendes zugrunde: Atome oder Ionen besitzen neben ihrem mechanischen Drehmoment \vec{J} noch ein magnetisches Moment \mathfrak{M}_J , das sich aus dem Bahnumlauf und von der Eigenrotation der Elektronen herrührenden magnetischen Momenten zusammensetzt. In einem magnetischen Feld verhält sich das Atom oder Ion wie ein Kreisel und vollführt eine Präzessionsbewegung.

Die Orientierung von \vec{J} und \mathfrak{M}_J zur Richtung des äußeren Feldes ist dabei gequantelt. Benachbarte Zustellungen unterscheiden sich energetisch um den Betrag

$$\Delta E = h\nu = g\mu_B \bar{H} \quad (3)$$

h = Wirkungsquant,
 $g = g(L, S, J)$: „g-Faktor“,
 μ_B = Bohrsches Magneton,
 L, S, J = Quantenzahlen.

Übergänge sind nur zwischen benachbarten Zuständen erlaubt. Will man das System in einen energetisch höheren Zustand bringen, so muß man ihm gerade diesen Energiebetrag ΔE zuführen. Die Größe

des Energiequants ΔE hängt nach Formel (3) vom Betrag der magnetischen Feldstärke ab. Für Feldstärken von rund $2,3 \cdot 10^3$ bis $3,5 \cdot 10^3$ Amp · cm⁻¹ und für den Fall des freien Elektrons ($g \approx 2$) betragen die zugehörigen Energiedifferenzen $3,4 \cdot 10^{-5}$ bis $5,1 \cdot 10^{-5}$ eV. Die entsprechenden Übergangsfrequenzen liegen zwischen 8,2 und 12,4 GHz. Dieses Frequenzgebiet nennt man *X-Band*.

Die Bedeutung der PR liegt darin, daß man aus den experimentellen Daten Informationen über das paramagnetische Atom oder Ion selbst und über seine Umgebung gewinnen kann. Darüber hinaus erlaubt die Methode der PR einen empfindlichen Nachweis einer paramagnetischen Substanz, wobei die Anwesenheit diamagnetischer Materie in erster Näherung den Resonanzeffekt nicht beeinflusst. Darin besteht ein wesentlicher Vorteil gegenüber der Suszeptibilitätsbestimmung mit einer statischen Wägemethode, die den diamagnetischen Effekt mit zur Anzeige bringt. Die PR-Methode scheint daher besonders in den Fällen geeignet, wo ein geringer Paramagnetismus in Gegenwart von überwiegend diamagnetischer Materie nachzuweisen ist.

So wurde die im folgenden beschriebene Apparatur gebaut, um den Paramagnetismus nachzuweisen, der in verschiedenen Stoffen während oder nach der Einwirkung energiereicher Strahlung (UV-Licht, Röntgenstrahlen, Elektronen) entsteht.

B. Beschreibung der Apparatur

1. Mikrowellenteil

Zur Erzielung einer möglichst hohen Empfindlichkeit wurde die Apparatur als *Brückenspektrometer* aufgebaut. Der Vorteil der Brückenschaltung gegenüber „Geradeaus-Spektrometern“ liegt darin, daß dem Detektorkristall bei idealem Brückenabgleich nur im Falle einer paramagnetischen Resonanzabsorption Leistung zugeführt wird. Durch die Kompensation der nichtmodulierten Trägerleistung vermeidet man eine unnütze Vorbelastung des Detektors und kann somit das die Grenzempfindlichkeit bestimmende Detektorrauschen klein halten. Als eigentliches Brückenelement dient ein Doppel-T (s. Abb. 1), das von einem Klystronoszillator (2 K 25) über eine Einwegleitung und ein Dämpfungsglied gespeist wird. An die Seitenarme S1 und S2 des T's sind der Probenarm mit dem Meßresonator und der Vergleichsarm mit der Vergleichslast angeschlossen. Durch die Einstellung des Phasenschiebers P und des Transformators T im Vergleichsarm läßt es sich erreichen, daß die Eingangswiderstände des Probenarms und des Vergleichsarms identisch sind. In diesem Fall ist die Brücke abgeglichen, und keine Leistung wird bei idealer mechanischer und damit elektrischer Symmetrie im Detektorarm erscheinen. Auch beim sorgfältigsten Brückenabgleich läßt sich die ideale Symmetrie nie ganz erreichen, so daß ein kleiner „Restträger“ im

Detektorarm übrigbleibt, der dann das Detektorrauschen und damit die theoretisch erreichbare Grenzempfindlichkeit bestimmen würde. Ehe man jedoch an diese theoretische Nachweisgrenze kommt, geht das Signal in den Schwankungen unter, die über das Klystron oder direkt in die Apparatur gelangen.

Schwankungen, die über den Klystronoszillator hereinkommen, werden verursacht durch:

1. Thermisch bedingte Änderungen der Geometrie des frequenzbestimmenden Klystronresonators. Langzeitlich.
2. Mikrophonie des Klystronresonators infolge Gebäudeschwingungen, Erschütterungen und Schall. Frequenzanteile im gesamten NF-Bereich.

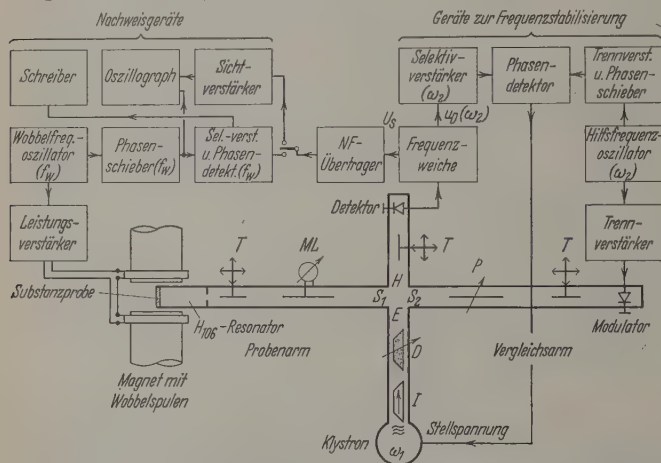


Abb. 1. Blockschaltbild des Spektrometers. I Einwegleitung als Isolator, D Dämpfungsglied, T Schraubentransformator, ML Meßleitung, P Phasenschieber

3. Restliche Brummspannungen in den Versorgungsspannungen für das Klystron. Störung auf Netzfrequenz und ihren Oberwellen.

Schwankungen, die direkt in die Apparatur gelangen, sind:

4. Induzierter Netzbrumm.
5. Eingestreute, modulierte HF-Spannungen von „Störsendern“. Wegen der starken Frequenzselektivität der Schaltung kommen hauptsächlich die Instabilitäten zur Geltung, welche die Frequenz des Klystrons beeinflussen (Ursachen 1 bis 3). Sie stellen eine statistische Frequenzmodulation dar, die durch „Flankendemodulation“ in eine statistische Amplitudenmodulation umgewandelt wird. Es liegt daher nahe, die Klystronfrequenz mit Hilfe eines Frequenzstandards zu stabilisieren.

2. Frequenzstabilisation

Eine Regelschaltung zur Stabilisierung der Frequenz eines Klystronoszillators wurde 1946 von POUND [1] angegeben. Als Frequenzstandard wird dabei die Eigenfrequenz eines Resonators hoher Güte benutzt. In Spektrometern nimmt man zweckmäßigerweise als Vergleichsresonator den Meßresonator, der die zu untersuchende Substanz enthält [2] und [3]. Dann wird durch die Regelschaltung immer die Klystronfrequenz der Eigenfrequenz des Resonators nachgeführt und auf diese Weise der die Resonanzabsorption begleitende *Dispersionseffekt* her-

ausgeregelt. Zum Vergleich der Istfrequenz mit Sollfrequenz und zur Gewinnung einer Regelspannung kann man direkt die oben beschriebene Brückenschaltung als Frequenzdiskriminator verwenden.

Aus Gründen, die in [1] aufgeführt sind, wurde Methode der Zwischenfrequenz-Stabilisation bei der Apparatur angewandt. Die von POUND angegebene Schaltung wurde den anderen Anforderungen entsprechend abgewandelt, und ihre Funktionsweise kurz erläutert werden.

Aus Abb. 1 erkennt man, daß der Ohmsche Anteil der Vergleichslast durch den Wirkanteil des Modulatorkristall-Widerstandes gegeben ist. Legt man den Modulatorkristall (1 N 23 B) eine Modulationsspannung der Frequenz $\omega_2 \approx 30$ MHz an, so wird dadurch eine periodische Veränderung der Vergleichslast und damit eine periodische Verstimmung der Brücke verursacht. Gleichbedeutend mit dieser Beschreibung ist die Aussage, daß im Modulator zwei Seitenfrequenzen $\omega_1 + \omega_2$ und $\omega_1 - \omega_2$ erzeugt werden, über das T zu dem Detektor gelangt. Besteht nun eine Abweichung zwischen Klystronfrequenz und Resonatoreigenfrequenz, so erscheint auch ein vom Probenarm stammendes Trägersignal der Frequenz ω_1 im Detektorarm, in seinem Argument die Phase φ der jeweiligen, von der Frequenzabweichung abhängigen Reflexionsfaktors des Vergleichsresonators enthält. Diese Detektorarm einfallenden Frequenzanteile werden im Detektorkristall mischt, wobei am Detektorausgang ein Signal u_D mit der Modulationsfrequenz ω_2 erscheint, dessen Phase beim Durchgang durch den Klystronfrequenz durch die Resonatoreigenfrequenz um 180° springt. Das Signal am Detektorausgang wird nach selektiver Verstärkung einem Phasendetektor zugeleitet und mit einem kohärenten Vergleichssignal konstanter Phase gemischt, wobei man direkt eine Regelspannung zur Nachsteuerung des Klystronreflektors gewinnen kann. Mit dem Phasenschieber im Hilfsfrequenzvergleichskanal läßt sich die Phase des Vergleichssignals so einstellen, daß die Regelspannung das richtige Vorzeichen erhält.

Im Falle einer Resonanzabsorption wird die Brücke verstimmte, und es erscheint auch bei Gleichheit zwischen Oszillatorfrequenz und Resonatoreigenfrequenz eine Spannung der Frequenz ω_2 am Detektorausgang, die aber bei entsprechend gewählter Phasenlage der Vergleichsspannung keinen Einfluß auf die Regelung hat. Der Absorptionseffekt bleibt auf die Weise voll erhalten. Das niederfrequente Absorptionssignal läßt sich in einer Frequenzweiche leicht von der Hilfsfrequenz trennen und wird über einen Übertrager, der eine von Funkelrauschen und Röhrenbrumm freie Vorverstärkung gewährleistet, den Nachweisgeräten zugeführt.

Die Stabilität der Regelung erreicht man durch den Einbau eines Tiefpasses in die Rückführungsleitung für die Stellschwingung. Trotz dieser Stabilitätsforderung lassen sich bei der Netzfrequenz und ihren Harmonischen genügend große Stabilisationsfaktoren

en, wenn die Verstärkung im Regelkreis entsprechend dimensioniert wird.
Die oben erwähnten Störursachen 4 und 5 werden durch die Regelung nicht beseitigt. Man kann ihren Einfluß jedoch durch geeigneten Aufbau der Apparatur auf zweckmäßige Leitungsführung klein halten.

3. Signalentstehung

In der Formel (3) für die Resonanzbedingung ist die Proportionalität zwischen ν und \bar{H} ersichtlich, so daß man den Resonanzeffekt in Abhängigkeit von ν anstatt von \bar{H} untersuchen kann. Wegen der Frequenzaktivität der Apparatur wählt man meist die zweite Methode. Da sich die dielektrischen Eigenschaften der paramagnetischen Substanzprobe im Gegensatz zu den magnetischen nicht mit der Stärke des magnetischen Gleichfeldes ändern, können sie für die anschließenden Betrachtungen zunächst unberücksichtigt bleiben. Unter dieser Annahme und unter der Voraussetzung, daß Dispersionseffekte automatisch kompensiert werden, äußert sich eine PR lediglich in einer proportionalen Güteänderung $\Delta(1/Q_U)$ des Meßresonators. Bestehen die Substanzen aus schwach paramagnetischen Proben, oder handelt es sich um kleine Substanzmengen, so entstehen nur kleine Güteänderungen und Brückenverstellungen.

$$x_m'' \sim d(1/Q_U) \quad (4)$$

Q_U = Güte des unbelasteten Resonators, einschließlich Probe,
 $d(1/Q_U)$ = Änderung der reziproken Güte durch den Absorptionseffekt.

Die Güteänderung verursacht ihrerseits eine Änderung des Leistungsreflexionsfaktors r^2 , und ein entsprechender Anteil reflektierter Leistung N_S gelangt einem bestimmten Bruchteil über das T an den Detektor. Hat der Detektorkristall eine quadratische Kennlinie, dann gilt für die am Detektorausgang auftretende Signalspannung U_S die Beziehung

$$U_S \sim N_S \sim d(r^2) \sim d(1/Q_U). \quad (5)$$

Die Formel (5) interessiert den Zusammenhang zwischen Güteänderung $d(1/Q_U)$ und Änderung des Leistungsreflexionsfaktors $d(r^2)$. Um ihn rechnerisch zu ermitteln, muß man zunächst den Eingangswiderstand des Resonators kennen. In der Umgebung einer Resonanzfrequenz läßt sich bei Wahl einer geeigneten Bezugsebene der Eingangswiderstand eines Hohlraumresonators hoher Güte ($Q_U \gg 1$) in der Form

$$\Re/Z = \xi + j a \quad (6)$$

ausgedrückt werden. Darin bedeuten:

$\xi = Q_E/Q_U$ Koppelparameter; normierter Resonanzwiderstand des Resonators,
 $= 2 Q_E \cdot \delta \omega / \omega_0$
 $a = \omega - \omega_0$ Frequenzabweichung von der Eigenfrequenz ω_0 ,
 ω = externe Güte oder Strahlungsgüte [4]; hängt ab von der Kopplung des Resonators,
 ω = Wellenwiderstand der Zuführungsleitung, die von einem Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z$ gespeist wird.

Aus (6) ergibt sich für den Leistungsreflexionsfaktor als Funktion von $\xi = Q_E/Q_U$ bei auf Resonanz abgestimmtem Resonator

$$(r^2)_{\delta \omega = 0} = r_0^2 = \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1} \right)^2 \quad (7)$$

bzw. für die Änderung

$$d(r_0^2) = 4 \cdot \frac{\xi(\xi - 1)}{(\xi + 1)^3} \cdot \frac{d(1/Q_U)}{1/Q_U} = S \cdot \eta. \quad (8)$$

$S(\xi)$ = Absorptionssteilheit; sie gibt an, wie stark sich eine Absorption auf den Leistungsreflexionsfaktor auswirkt,

$$\eta = \frac{d(1/Q_U)}{1/Q_U} = \text{relative Änderung der reziproken Güte.}$$

Mit diesen Abkürzungen schreibt sich (5)

$$U_S = c \cdot S \cdot \eta \quad (9)$$

c = Apparatkonstante.

4. Optimale Einstellung der Apparatur

Wir wollen uns jetzt die Aufgabe stellen, die Optimalwerte der Absorptionssteilheit S und der relativen Änderung der reziproken Güte η herauszufinden, die das Absorptionssignal U_S zu einem Maximum machen [5] und [6].

Eine optimale Absorptionssteilheit S erhält man für zwei Werte des Koppelparameters ξ .

$$\frac{d(S(\xi))}{d\xi} = 0 \quad (10)$$

ist die Bestimmungsgleichung für diese ξ -Werte. Die Lösung von Gl. (10) ergibt einen Wert

$$\xi_l = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 > 1$$

für lose Ankopplung, und einen Wert

$$\xi_f = 2 - \sqrt{3} \approx 0,268 < 1$$

für feste Ankopplung des Resonators.

(Bei kritischer Kopplung $\xi = 1$ ist der Resonator bei Resonanz angepaßt).

Beide ξ -Werte genügen der Beziehung $\sqrt{\xi_l \cdot \xi_f} = 1$ und verursachen daher die gleiche Welligkeit $m = U_{\max}/U_{\min} = \xi_l = \xi_f^{-1}$ und den gleichen Leistungsreflexionsfaktor $r_0^2 = 1/3$.

Die Einstellung dieser Optimalwerte der Resonatorankopplung erfolgt durch entsprechende Dimensionierung der Öffnung der Koppelblende. Meßtechnisch läßt sich die Einstellung der günstigsten Kopplungen mit Hilfe der in Abb. 1 eingezeichneten Meßleitungen kontrollieren. Aus der jeweiligen Lage eines Spannungsminimums läßt sich außerdem entscheiden, ob der Resonator lose oder fest gekoppelt ist.

In der beschriebenen Apparatur wird als Resonator ein Stück Rechteckhohlrohr benützt, das unter Zwischenschaltung einer auswechselbaren Blende mit kreisförmiger Öffnung (7 bis 8 mm Durchmesser) an die Zuführungsleitung angeflanscht wird. Kleine Veränderungen der Kopplung können mit dem dicht vor der Blende befindlichen Schraubentransformator vorgenommen werden. Der Resonator wird in der H_{106} -Schwingungsform erregt. Durch einen Schlitz in der Schmalseite wird die Substanzprobe eingeführt.

Eine weitere Öffnung gestattet die Bestrahlung der Probe mit UV-Licht. Die Verwendung eines quaderförmigen Resonators hat den Vorteil, daß man mit einem Polschuhabstand des Magneten von ~ 15 mm auskommt. Nachteilig dagegen ist seine im Vergleich zu zylindrischen Resonatoren niedrigere Güte.

Im zweiten Teil des Optimumproblems müssen wir uns mit η , der relativen Änderung der reziproken Güte, befassen. Daß hier überhaupt ein Optimalwert vor-

Güte des Resonators ohne äußeres Magnetfeld besteht aus den Anteilen $1/\bar{Q}_U$ (reziproke Güte des leeren Resonators) $+ \alpha_1 V^3$ (Beitrag der dielektrischen Verluste der Substanz). Somit ergibt sich:

$$\eta(V) = \frac{d\left(\frac{1}{Q_U}\right)}{\frac{1}{Q_U}} = \frac{\alpha_2 V}{\frac{1}{Q_U} + \alpha_1 V^3}$$

α_1, α_2 = Proportionalitätsfaktoren.

Wenn das Probenvolumen den Wert

$$V_{\text{opt}} = (2\alpha_1 \bar{Q}_U)^{-\frac{1}{3}} \quad (1)$$

hat, nimmt η ein Maximum an. Setzt man den Wert für V_{opt} in den Nenner von Gl. (11) ein, so erhält man eine einfache Beziehung zwischen Q_U und \bar{Q}_U :

$$Q_U = \frac{2}{3} \cdot \bar{Q}_U \quad \text{für } V = V_{\text{opt}}. \quad (2)$$

Um zu einem Maximalwert von η zu gelangen, muß man also unter verschieden dicken Substanzproben versuchen, diejenige herauszufinden, die beim Einsetzen in den Resonator dessen Güte um den Faktor verkleinert. Mit dieser Verkleinerung der Güte ist eine entsprechende Änderung der Ankopplung des Resonators verbunden. Es ist deshalb erforderlich, die Probengröße und Resonatorkopplung (effektive Blendengröße) zu variieren, um die optimale Einstellung der Apparatur zu erzielen.

Wie aus Abb. 3 zu entnehmen ist, nimmt die Güte bei der Absorptionssteilheit berechnete Kurve bei den Werten $\frac{1}{3}$ des Leistungsreflexionsfaktors jeweils ein Extremum an. Das Absorptionssignal am Detektor tritt dann ein Maximum, wenn Resonatorkopplung und Probengröße so bemessen werden, daß beim Einsetzen der Substanzprobe der Leistungsreflexionsfaktor entweder bei fester Kopplung ($\xi < 1$) von 0,486 auf $\frac{1}{3}$ abnimmt, oder bei loser Kopplung ($\xi > 1$) von 0,182 auf $\frac{2}{3}$ zunimmt. In beiden Fällen sinkt die Güte auf $\frac{2}{3}$ des Wertes für den leeren Resonator, wie es Gl. (13) verlangt. Bei fester Kopplung führt die Bedämpfung des Resonators zur Anpassung ($\xi = 1$) hin, bei loser Kopplung bewirkt dagegen eine Zunahme des Reflexionsfaktors. Die Untersuchung des Verhaltens eines Resonators bei einer Bedämpfung läßt sich zur Feststellung der Kopplungsart benutzen.

Bei kritischer Kopplung oder Anpassung des Resonators hat die Absorptionssteilheit eine Nullstelle. Daraus folgt, daß es falsch ist, bei angepaßtem Resonator zu arbeiten.

5. Nachweisgeräte

Die Darstellung des Resonanzeffektes in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke kann bei den gebauten Spektrometern auf zwei Arten erfolgen (siehe Abb. 1): Mit dem Breitband- oder Sichtverfahren und mit dem Schmalbandverfahren. Bei dem Sichtverfahren wird das Magnetfeld gewobelt (periodische Veränderung der magnetischen Feldstärke mit einer Frequenz f_w) mit einem Wobbelhub, der groß ist im Vergleich zur Halbwertsbreite der Absorptionssignale. Die Signalspannung wird über einen Sichtverstärker mit umschaltbarer Bandbreite den y-Platten einer Oszillographenröhre zugeführt, an deren x-Platten

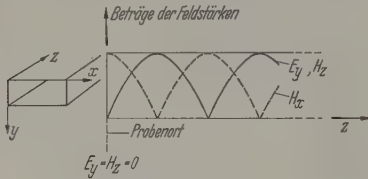


Abb. 2. Feldverteilung in einem H_{10n} -Resonator

handen ist, liegt an den dielektrischen Verlusten in der Probensubstanz, die beim Einsetzen der Probe in den Resonator dessen Güte verkleinern. Eine Vergrößerung des Probenvolumens V hat also einerseits eine Verschlechterung der Resonatorgüte und damit eine Verringerung des Absorptionssignals zur Folge, bewirkt aber andererseits eine Erhöhung der Absorption, da mehr Materie am Absorptionseffekt beteiligt

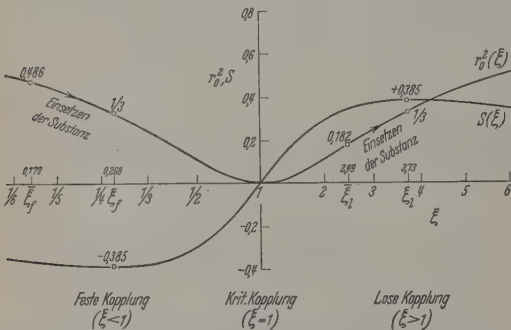


Abb. 3. Leistungsreflexionsfaktor $r_{0,S}$ und Absorptionssteilheit S als Funktion der Resonatorankopplung (ξ). (ξ Wert des Koppelparameters vor Einsetzen der Probe)

ist und dem Feld mehr Energie entzogen wird. Daraus ist ersichtlich, daß ein Optimum von η für ein bestimmtes Probenvolumen V_{opt} existieren muß.

Für den Fall einer Substanzprobe, die sich in einem H_{10n} -Rechteckresonator in einer Ebene befindet, in der $E_y = H_z = 0$ ist, wollen wir das optimale Probenvolumen berechnen. Die Probe liege in flacher Form vor und erfülle den ganzen Hohlleiterquerschnitt. Die Feldverteilung soll durch die Probe keine wesentliche Störung erfahren.

Mit diesen Voraussetzungen kann man die Beiträge des magnetischen Absorptionseffektes und der dielektrischen Verluste zur Größe η als Funktion des Probenvolumens berechnen, wenn man annimmt, daß in der Probenebene in erster Näherung die magnetische Feldstärkekomponente H_x unabhängig von der Koordinate z ist, während die elektrische Feldstärkekomponente E_y linear mit z bzw. der Probendicke anwächst.

Der magnetische Absorptionseffekt $d(1/Q_U)$ ist proportional dem Probenvolumen V . Die reziproke

Wobbelspannung über einen Phasenschieber ange-
schlossen ist. Als Bild erscheint direkt die Absorption
paramagnetischen Substanz als Funktion der
magnetischen Feldstärke: $\chi''_m = \chi''_m(\bar{H})$. Die Wobbel-
frequenz wurde auf $f_W = 72,5$ Hz festgelegt. Mit einer
Feldleistung von 17 W wird ein Wobbelhub von
 $0,1$ Amp \cdot cm $^{-1}$ erreicht.

Die oszillographische Methode ist bei der Ein-
stellung der Apparatur vorteilhaft. Eine höhere
Empfindlichkeit erhält man jedoch mit der *Schmal-
bandmethode*.

Diesem Verfahren liegt die Tatsache zugrunde, daß
zur Erzielung eines hohen Signal:Rausch-Ver-
hältnisses mit geringer Bandbreite arbeiten muß. Die
Absorptionslinie wird dabei durch langsame, sägezahn-
artige Veränderung des magnetischen Gleichfeldes
überstrichen. Gleichzeitig wird dieser quasistatischen
Feldstärke noch eine sinusförmige Wobbelfeldstärke
der Frequenz f_W überlagert, deren Hub kleiner oder
gleich groß ist mit der Halbwertsbreite der Absorp-
tionslinie.

Durch Flankendemodulation (s. Abb. 4) an der
Absorptionslinie entsteht ein Absorptionssignal, das
aktiv verstärkt und in einem Phasendetektor mit
einem kohärenten Vergleichssignal derselben Frequenz
gemischt wird. Das Signal erscheint danach als
Wobbelspannung, und Bandbreitenbegrenzungen bis
 $1/100$ Hz herunter sind jetzt ohne Schwierigkeiten
in durch RC-Tiefpässe möglich. Ein Gleichspan-
nungsschreiber dient zur Aufzeichnung des Signals,
bei der Schmalbandmethode der 1. Ableitung der
Absorptionslinie: $\frac{d(\chi''_m)}{dH}$ proportional ist.

Die geringe Bandbreite im Nachweiskanal erfordert
entsprechend langsames Überstreichen der Ab-
sorptionslinie, wenn die volle Information übertragen
werden soll. Die Registrierzeiten liegen in der Größen-
ordnung von Minuten.

C. Empfindlichkeit und Auflösungsvermögen

Die *Empfindlichkeit* des Spektrometers wollen wir
hier die Angabe der Zahl der minimal nachweisbaren
Spins kennzeichnen. Da eine die Empfindlichkeit
charakterisierende Angabe nur dann sinnvoll ist, wenn
eine Apparatekonstante K darstellt, sollen folgende
Bedingungen vereinbart werden:

1. Optimale Einstellung des Spektrometers wird
ausgesetzt.
2. Die Zahl der Spins soll für ein Signal:Rausch-
verhältnis von 1:1 angegeben werden.
3. Die magnetische Wechselfeldstärke am Proben-
soll so klein sein, daß noch keine Sättigungseffekte
treten.

Die Zahl der nachweisbaren Spins hängt von der
Linienbreite ab. Es ist daher zweckmäßig, das Ver-
hältnis der „Zahl der minimal nachweisbaren Spins“
zur „Halbwertsbreite“ $\Delta H_{1/2}$ der Absorptionslinie
angeben, um zu einer für die gegebene Apparatur
charakteristischen Größe zu gelangen. Dabei drückt man
gewöhnlich die Linienbreite in Einheiten der mag-
netischen Feldstärke aus, da der Resonanzeffekt
Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke unter-

sucht wird. Man definiert also:

$$K = \frac{\text{Zahl der nachweisbaren Spins}}{\text{Halbwertsbreite der Absorptionslinie}} = \frac{N_{\min}}{\Delta H_{1/2}} \quad (14)$$

Darin ist die Tatsache ausgedrückt, daß zum Nachweis
breiter Absorptionslinien mehr Spins vorhanden sein
müssen, als bei scharfen Absorptionslinien.

Für das gebaute Spektrometer wurde K aus der
mit dem Schmalbandverfahren bei einer Bandbreite
von $1/100$ Hz aufgenommenen Absorptionslinie einer
Substanzprobe von 10^{-8} Mol des freien Radikals Di-
phenyl-Picryl-Hydrazyl (DPPH) bestimmt:

$$K = \frac{1,9 \cdot 10^{14} \text{ Spins}}{\text{Amp} \cdot \text{cm}^{-1}}$$

Wegen der höheren Bandbreite des Registrierkanals
ist bei der oszillographischen Methode K wesentlich
größer, die Empfindlichkeit also entsprechend geringer.

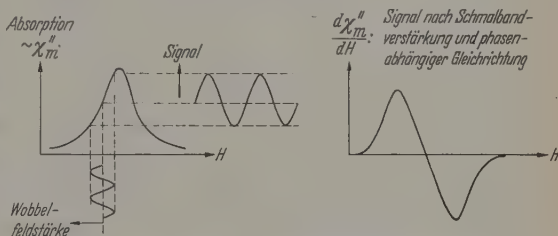


Abb. 4. Entstehung des Signals durch Flankendemodulation

Das *Auflösungsvermögen* des Spektrometers ist
durch die Inhomogenität des magnetischen Gleich-
feldes im Bereich des Probenvolumens gegeben und
beträgt etwa 10^3 . Da die Monochromasie der Kly-
stronstrahlung besser als 10^5 ist, geht sie nur bei
extrem homogenen Magnetfeldern in das Auflösungs-
vermögen ein. Bei dem benutzten Magneten wurde
die Feldinhomogenität hauptsächlich durch die man-
gelnde Parallelität der Polschuhstirnflächen verur-
sacht. Um Feinstrukturen im Spektrum organischer,
freier Radikale beobachten zu können, müßte man der
Magnetkonstruktion mehr Beachtung schenken.

D. Erprobung der Apparatur und Messungen

1. Spektrum mit Hyperfeinstruktur

Als Beispiel für ein Spektrum mit Hyperfeinstruk-
tur und zur Erprobung der Arbeitsweise des Spektro-
meters wurde das Spektrum einer wäßrigen MnSO_4 -
Lösung nach der Schmalbandmethode aufgenommen
(Abb. 5). Die HFS wird durch die Wechselwirkung
zwischen Elektronenspin und Spin des Mn^{55} -Kerns
($I = \frac{5}{2}$) verursacht [7], [8].

2. Photomagnetismus organischer Molekülphosphore

Die Phosphoreszenz organischer Moleküle kann
damit erklärt werden, daß es sich um Übergänge aus
Triplettzuständen handelt. Danach müßte das Vor-
handensein angeregter Triplettzustände mit dem Auf-
treten von Paramagnetismus verknüpft sein. Der
Nachweis eines photomagnetischen Effektes bei Fluo-
reszenz in Borsäure gelang 1949 LEWIS, CALVIN und
KASHA [9] und kürzlich auch KORTUM und LITT-

MANN [10] (an Fluoreszein in Borsäure und anderen organischen Phosphoren) mit magnetischen Wägemethoden. Es lag daher der Versuch nahe, die Tripletterme auch mit Hilfe der paramagnetischen Resonanz nachzuweisen. Mit dem beschriebenen Spektrometer konnten jedoch in Fluoreszein in Borsäure bei Zimmertemperatur und bei Anregung mit dem Licht einer Quecksilberhöchstdrucklampe HBO 500 keine Resonanzen festgestellt werden. Die Empfindlichkeit des Spektrometers hätte unter den gegebenen Versuchsbedingungen zum Nachweis der genügend

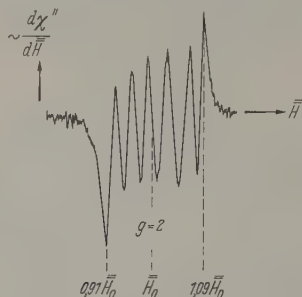


Abb. 5. HFS der paramagnetischen Resonanz des Mn^{2+} -Ions in einer wässrigen $MnSO_4$ -Lösung

langlebigen Phosphoreszenzzentren ausreichen müssen. Man muß daher annehmen, daß eine große energetische Unschärfe in der Zeeman-Aufspaltung des Tripletterms besteht.

3. Paramagnetische Resonanzen in bestrahlten NaCl-Kristallen

Durch die Einwirkung energiereicher Strahlung auf Kristalle werden Farbzentren erzeugt. So zeigten NaCl-Kristalle nach Röntgenbestrahlung (Einstellung der Röntgenapparatur: 150 kV, 20 mA; Bestrahlungszeit: 12 Std) und nach Bestrahlung mit Elektronen (Beschleunigungsspannung: 40 kV; 10μ Al-Folie als Lenard-Fenster; Bestrahlungszeit: $\frac{3}{4}$ Std) eine für F-Zentren [11] charakteristische Verfärbung. An den elektronenbestrahlten Kristallen wurden paramagnetische Resonanzen festgestellt mit $g=2,00 \pm 0,03$ und einer relativen Halbwertsbreite $\frac{\Delta H_{1/2}}{H} \approx 5\%$.

Die röntgenbestrahlten Kristalle zeigten trotz stärkerer Färbung und damit höherem F-Zentren-Gehalt noch keine erkennbaren Resonanzen. Daraus ist zu schließen, daß in den mit Elektronen bestrahlten Kristallen außer F-Zentren noch andere paramagnetischen Zentren gebildet werden, die im wesentlichen den beobachteten Paramagnetismus verursachen. Die Entstehung solcher Zentren bei Elektronenbestrahlung durch Assoziation primär gebildeter Zentren ist infolge der höheren Dichte der erzeugten Störstellen erklärlich.

4. Paramagnetismus in wärmebehandelten und elektronenbestrahlten organischen Verbindungen

Die Bindungen zwischen den Atomen organischer Verbindungen können durch Wärmeeinwirkung und durch energiereiche Strahlung aufgebrochen werden. Wenn keine Vernetzung der Bruchstücke eines Moleküls nach der Zerstörung stattfindet, bilden sich

beständige, freie Radikale, deren „ungepaarte“ Elektronen Spinparamagnetismus verursachen [12]. Die Radikalbildung läßt sich mit Hilfe paramagnetischer Resonanzen nachweisen.

Bei unseren Untersuchungen wurden an Anthrazen Elektronenspinresonanzen nach Wärmebehandlung (Temperatur $\sim 230^\circ C$ während 10 Std) und nach Beschuß mit Elektronen festgestellt. Der g -Faktor betrug in beiden Fällen $2,004 \pm 0,007$. Die Bestimmung des g -Faktors wird gleichzeitig mit dem Spektrum der zu untersuchenden Substanz eine Elektronenspinresonanzlinie mit bekanntem g -Faktor aufgenommen). Die relative Halbwertsbreite der Absorptionslinie war nach Wärmebehandlung 0,7 % und bei Elektronenbestrahlung 1,9 %. Die größere Linienbreite im Falle der Elektronenbestrahlung ist vermutlich auf eine stärkere Spin-Spin-Wechselwirkung zurückzuführen, da die Dichte der erzeugten Bindungsaufbrüche relativ hoch ist. Bei den benutzten 70 mg-Anthrazenproben wurden $6 \cdot 10^{16}$ Spins nachgewiesen. Auf das gesamte Volumen der Anthrazenproben bezogen, kam bei $5 \cdot 10^4$ C-Atome ein Bindungsaufbruch.

Führt man die Wärmebehandlung im Vakuum durch, so konnten keine Resonanzen festgestellt werden. Wahrscheinlich erfolgt die Bildung eines beständigen Radikals über eine Oxydverbindung des Anthrazens.

Auch nach der Bestrahlung von Naphtalin, Tetralin und Fluoren mit Elektronen wurden ebenfalls paramagnetische Resonanzen nachgewiesen, die sich bezüglich der Breite der Absorptionslinie und des Wertes des g -Faktors nicht meßbar von der Elektronenabsorption in Anthrazen unterscheiden.

Zusammenfassung

Es wird ein X-Band-Spektrometer beschrieben, mit dem Nachweis paramagnetischer Resonanzen durchgeführt werden kann.

Die Apparatur wurde als Brückenspektrometer aufgebaut und besitzt eine Frequenzstabilisierung, den Dispersionseffekt automatisch eliminiert. Der Verlauf der 1. Ableitung der Absorption wird selbsttätig registriert. In Verbindung mit den elektronischen Nachweisgeräten wird eine unterste Nachweisgrenze von $1,9 \cdot 10^{14}$ Elektronenspins erzielt.

Der Einfluß der Resonatorankopplung und des Lumens der Substanzprobe auf die Größe des Absorptionssignals wird behandelt.

Mit dem gebauten Spektrometer wurden bei mehreren organischen Stoffen und bei NaCl-Kristallen Änderungen des magnetischen Verhaltens nachgewiesen, die durch Bestrahlung mit Elektronen entstanden waren.

Für die Anregung zu dieser Arbeit, die der naturwissenschaftlichen Fakultät der Justus-Liebig-Universität als Dissertation vorgelegt wurde, bin ich Herrn Professor Dr. W. HANLE und Herrn Dozent A. SCHMILLEN zu Dank verpflichtet. Der größte Teil der Bauelemente des Spektrometers wurde im Institutswerkstatt angefertigt. Die Durchführung der Arbeit wurde durch finanzielle Beihilfen und Spenden der Landesgruppe Hessen der Vereinigung Deutscher Elektrizitätswerke, der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Firma Röchling, Wetzlar ermöglicht.

Literatur: [1] POUND, R.V.: Rev. Sci. Instrum. **17**, 490 (1946). — [2] HIRSHON, J.M., R.L. WHITE and G.K. FRAENKEL: Rev. Sci. Instrum. **23**, 772 (1952). — [3] HIRSHON, J.M., G.K. FRAENKEL: Rev. Sci. Instrum. **26**, 34 (1955). — [4] KING, D.D.: Measurements at Centimeter Wavelength, Nostrand, 1952. — [5] PORTIS, A.M.: Phys. Rev. **91**, (1953). — [6] STRANDBERG, M.W.P.: Rev. Sci. Instrum. **30**, 1 (1956). — [7] PENROSE, R.P.: Nature, Lond. **163**, 301 (1949). — [8] KOFFERMANN, H.: Kernmomente, S. 354. G. Fischer, Jena, 1956. — [9] LEWIS, G.N., M. CALVIN and M. KASHA:

J. Chem. Phys. **17**, 804 (1949). — [10] KORTÜM, G., u. G. LITTMANN: Z. Naturforsch. **12a**, 395 (1957). — [11] SEITZ, F.: Rev. Mod. Phys. **26**, 46 (1954). — [12] SCHNEIDER, E.E., M.J. DAY and G. STEIN: Nature, Lond. **168**, 644 (1951). — [13] BENNET, J.E., D.J.E. INGRAM and J.G. TAPLEY: J. Chem. Phys. **23**, 215 (1955).

Dr. WERNER STIELER,
Gießen, Stephanstraße 24, Physikalisches
Institut der Universität

Die elektrostatische Aufladung des Photomaterials im Elektronenmikroskop*

Von E. KINDER

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 1. Dezember 1957)

Einleitung

Die Tatsache, daß bei den in der Elektronenmikroskopie üblichen Betriebsbedingungen die elektrostatische Aufladung der Photoplatte während der Exposition sehr gering bleibt und daher keine Ausungen auf die Bildgüte hat, stellt einen bisher kaum genutzten Vorteil für die praktische Mikroskopierarbeit dar. Liegen jedoch besondere Verhältnisse vor, wann diese Aufladung Werte annehmen, die das Zustandekommen einer brauchbaren Aufnahme völlig verhindern. Durch die sich auf der Platte ansammelnde positive Ladung entsteht vor dieser ein elektrisches Feld, das wie eine Zerstreuungslinse zeitlich wachsende Verstärkung bewirkt. Dadurch wird das Elektronenstrahlbündel mehr und mehr divergierend, so daß eine von der Plattenmitte ausstrahlende und mit wachsender Entfernung von diesem zunehmende Verwischung der Bildpunkte auf der Platte resultiert. Der für eine verwertbare Abbildung brauchbare Bereich ist dann — je nach Größe des Effektes und der Ansprüche an die Bildschärfe — auf eine mehr oder weniger enge Umgebung des Zentrums beschränkt.

Im allgemeinen werden nun heute Platten verwendet, deren Empfindlichkeit so groß ist, daß die zur erforderlichen Exposition erforderliche Ladungsdichte ein sehr schwaches Feld vor der Platte aufbaut. Es bleibt aber die Verwischung der Bildpunkte innerhalb der durch das optische Auflösungsvermögen bedingten Unschärfe oder geht gar im Plattenkorn verloren. Werden solche Platten aber stark überexponiert, wie bei Übersichtsbildern, wo die Strahlintensität sehr hoch ist, vorkommt oder auch bewußt herbeigeführt wird um durch schwaches Entwickeln Feingebilde zu erzielen, so können die Aufladungseffekte störend werden. Auch wenn nur einzelne Stellen der Platte stark mit Elektronen beaufschlagt werden, so daß dort entstehende lokale Aufladung zu Bildverzerrungen in der Umgebung. So kann bei Beugungsaufnahmen die durch den Primärstrahl erzeugte Aufladung eine Verwischung der Beugungsringe hervorrufen.

Besonders akut werden diese Einflüsse aber bei der Verwendung von feinstkörnigem und daher unempfindlichem Aufnahmestoff in Mikroskopen geringer

elektronenoptischer Vergrößerung. So scheiterte die praktische Erprobung des von MÖLLENSTEDT vorgeschlagenen einstufigen Abbildungsverfahrens [1] hauptsächlich an den Aufladungsschwierigkeiten. Bei späteren Versuchen ließen sich diese zwar durch Übertragung der Gelatineschicht auf eine metallbedampfte Glasplatte beseitigen [2], doch dürfte dies Verfahren für die Praxis zu unhandlich sein. — Eigene Versuche mit einem 2-stufigen Kleinmikroskop [3] bei geringer Vergrößerung durch Verwendung von hochauflösenden Kodak Maximum Resolution Platten¹ kleinste Objektdetails zu erfassen und das Auflösungsvermögen des Instrumentes voll auszunutzen, erwiesen ebenfalls, daß eine Klärung der Aufladungserscheinungen und vor allem ihre Beseitigung Voraussetzung für alle weiteren Schritte in dieser Richtung war.

Meßapparatur

Um den Aufbau und das Abfließen der Ladung visuell zu verfolgen, vor allem aber um über ihre Größe in Abhängigkeit von Strahlstromdichte und Expositionszeit quantitative Angaben zu erhalten und um die Wirksamkeit verschiedener Abhilfemaßnahmen objektiv miteinander vergleichen zu können, wurde als Meßprinzip die Ablenkung eines Elektronenstrahls durch das Feld vor der Platte gewählt. Damit kann der Aufladungsvorgang völlig ungestört unter den im Elektronenmikroskop herrschenden Bedingungen verfolgt werden.

Abb. 1 zeigt die Meßanordnung, die an Stelle der Plattenkammer an das Kleinmikroskop angesetzt wurde. Die durch Wegklappen des Leuchtschirms LS_1 zu exponierende Platte hat hier, um die Apparatur nicht unnötig groß werden zu lassen, nur ein Format von 50×30 mm wobei die übergreifenden Haltestreifen die freie Vorderfläche auf 25 mm Breite beschränken. Die Befestigung der Platte im Halter H erfolgt durch eine kleine gegen ihre Rückseite drückende Blattfeder. Vor der Platte, parallel zu ihrer Längskante, läuft der Meßstrahl, der den Leuchtschirm LS_2 trifft². Bei Aufladung der Platte kann aus der Verschiebung des Leuchtflecks auf LS_2 die Höhe der Aufladungsspannung entnommen werden. Um verschiedene

¹ Kodak Limited, London. — Im folgenden als „MR-Platten“ bezeichnet.

² In Abb. 1 ist der Halter deutlichkeithalber um 90° gedreht — tatsächlich umgreift er die Längskanten der Platte.

Ablenkempfindlichkeiten zu erhalten ist die Platte mit dem Halter meßbar zu verschieben und damit ihre Entfernung vom Strahl zu verändern. Die Zuführung Z erlaubt eine metallbedampfte, isoliert gehaltene Glasplatte an Spannung zu legen und damit die Fleckablenkung nach der Aufladespannung zu eichen.

Um eine Beeinträchtigung des Aufladevorganges durch Ionenbildung auszuschließen war das Strahlerzeugungssystem des Meßstrahls 25 cm von der Achse des Gerätes entfernt, der Emissionsstrom wurde mit 1 bis 2 μA möglichst gering gehalten und der Strahl hinter der Anode sowie vor Eintritt in den Meßraum scharf ausgeblendet. Vor Beginn der Messungen war

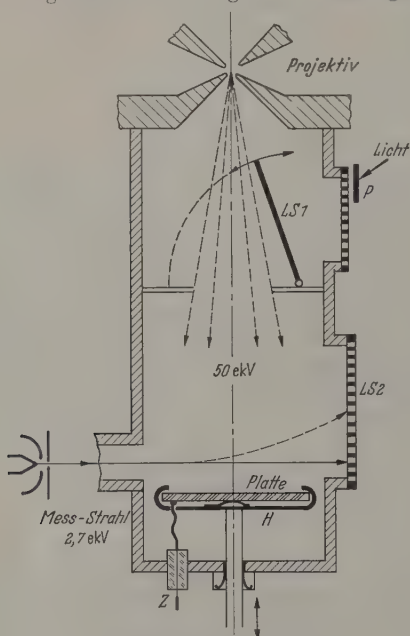


Abb. 1. Meßanordnung

außerdem sichergestellt, daß auch bei höheren Meß-Strahlintensitäten keine merkbare Beeinflussung des Aufladevorganges eintrat.

Für die vorliegenden Untersuchungen war die Kenntnis der Elektronenstromdichte auf der Platte erforderlich. Da es dabei weniger auf große Genauigkeit als auf schnelle Einstellbarkeit und laufende Kontrolle ankam, wurde sie über die Helligkeit des Schirmes LS_1 bestimmt: Ein neben dem Einblickfenster angebrachter gelbgrüner Papierstreifen P ließ sich durch regelbare Beleuchtung in seiner Helligkeit dem Leuchtschirm völlig angleichen¹ wobei die Beleuchtungsintensität durch Photoelement und Galvanometer zu messen war. Zur Eichung wurde eine am Halter hochisoliert befestigte Metallplatte bei verschiedenen Leuchtschirmhelligkeiten aufgeladen bis der Meßstrahl eine bestimmte Spannung anzeigte. Bei bekannter Kapazität und Fläche folgen aus den gemessenen Aufladezeiten die Stromdichten, die gegen die durch Helligkeitsabgleich erhaltenen Galvanometerauschläge als Eichkurve aufgetragen wurden. Die so gemessenen Stromdichten dürften mit einer Ungenauigkeit von höchstens 10% behaftet sein.

¹ Farbdifferenzen wurden durch ein Grünfilter vor dem Auge eliminiert.

Messungen

Eine dem Elektronenstrahl ausgesetzte Platte verhält sich etwa wie ein Kondensator mit einem elektrischem endlicher Leitfähigkeit, der durch einen konstanten Strom aufgeladen wird. Da bei der Exposition von Photomaterial auf die Flächeneinheit eine bestimmte Ladung gebracht werden muß, die der Empfindlichkeit der benutzten Emulsion abhängt, ist es zweckmäßig die Aufladespannung auf die Ladungsdichte l zu beziehen und diese Größe in Abhängigkeit von der Expositionszeit unter verschiedenen Verhältnissen zu untersuchen.

Bei den Messungen wurde so vorgegangen, daß die Platte mit verschiedenen Stromdichten exponiert wurde, die jeweils bis zur Erreichung einer bestimmten Aufladespannung verstrich, gestoppt wurde. Nach jeder Einzelmessung wurde die Ladung von der Platte mit Hilfe eines Knoerzerschen Entladlers wieder entfernt [4]. Hierbei zeigten sich die bekannten dielektrischen Anomalien des Glases sehr deutlich: Nach der Entladung stieg die Spannung wieder an und zwar um so mehr, je kürzer der Entlader in Tätigkeit gewesen war. 3 bis 4maliges Entladen genügte jedoch um die Restladung in ausreichendem Maße zu entfernen. Die Abhängigkeit der Aufladezeiten t von der Stromdichte j ließ sich innerhalb der Meßgenauigkeit in die Form bringen:

$$\frac{1}{t} = aj - b$$

darstellen. Der Grenzwert j_{gr} für den eine Gerade die Abszisse schneidet ($t = \infty$) liefert mit der gewählten Aufladespannung V und der Plattenfläche f den Widerstand $W = V/fj_{gr}$. Da für $W = \infty$ bzw. $j_{gr} = 0$ eine Kondensatoraufladung vorliegt ist $a = 1/jt = f/C$. Aus $j_{gr} = b/a$ folgt $b = 1/CW$ und das Verhältnis Aufladespannung/Ladungsdichte wird:

$$\frac{V}{jt} = \frac{fW}{t + CW}$$

Diese einfache Beziehung vertritt die theoretisch abzuleitende Gleichung

$$\frac{V}{jt} = \frac{fW}{t} (1 - e^{-t/CW})$$

deren Gültigkeit wegen der dielektrischen Anomalien des Glases hier nicht erwartet werden kann. Aus beiden Formeln folgt, daß für $t \ll CW$ $V/jt = f/C$ und für $t \gg CW$ $V/jt = fW/t$ wird. Das heißt: Bei kurzen Expositionszeiten spielt nur Kapazität pro Flächeneinheit für die Begrenzung der Aufladespannung eine Rolle — längere Zeiten geben bei endlichem Widerstand geringere Spannungen die bei sehr langen Expositionen mit entsprechend kleinen Stromdichten beliebig klein gehalten werden könnten.

Ergebnisse an Platten

Da bereits bei orientierenden Vorversuchen beobachtet worden war, daß die Aufladung praktisch verschwand, wenn die Rückseite der Platten mit einer geerdeten Leitsilberschicht versehen war, wurde zunächst die Wirkung verschieden großer Ableitflächen untersucht. Abb. 2 zeigt solche Messungen an einer Glasplatte. Während bei der unbehandelten Platte (Kurve I) nur die Haltefeder auf der Rückseite eventuell noch einige andere Berührungsstellen

Metall des Halters einen sehr geringen Abfluß Ladung ermöglichen, wird der Ableitwiderstand durch relativ kleine Leitsilberflächen in der Mitte deutlich verringert wie aus dem stärkeren Verlauf der Kurven II und III hervorgeht. Die tieferen Ansatzpunkte dieser Kurven an der Ordinate berechnen der gleichzeitig eintretenden Erhöhung des wirksamen Kapazität. Für die Ableitwiderstände ergeben sich aus (1) die Werte: $W_I = 2,5 \cdot 10^{12}$; $W_{II} = 0,93 \cdot 10^{12}$; $W_{III} = 0,55 \cdot 10^{12} \Omega$.

War die ganze Plattenrückseite mit einer geerdeten Leitschicht überzogen, so ließ sich der Aufladevorgang nicht mehr messend verfolgen sondern nur noch die längerer Exposition in Abhängigkeit von der Ladungsdichte sich einstellende Gleichgewichtsspannung. Der sehr gut lineare Zusammenhang zwischen den Größen ergab einen Ableitwiderstand von rund $10^{10} \Omega$ für die bestrahlte Plattenfläche von 1 cm^2 und einen spezifischen Widerstand von rund $10^{12} \Omega \cdot \text{cm}$, der sehr gut mit Werten übereinstimmt, die durch galvanometrische Messung an beidseitig versilberten Platten dieser Glassorte erhalten wurden. — Obwohl die Ableitung bei einer nicht präparierten Platte von Zufälligkeiten der Einspannung abhängen wird, läßt sich doch aus mehreren Gleichmessungen dieser Art sagen, daß durch eine Leitschicht der Ableitwiderstand hier auf etwa den 150. Teil zurückgeht. Dies Verhältnis wird bei größeren Plattenformaten noch günstiger gehen, denn mit der Größe wachsen bei normalen Entfernungen zur Ableitstelle (Haltefeder), während bei rückseitiger Leitschicht die Stromwege gleich der Plattendicke bleiben.

Analoge Messungen an MR-Platten mit rückseitiger Leitschicht ergaben einen Ableitwiderstand von $4,4 \cdot 10^{10} \Omega$ und entsprechend einen spezifischen Widerstand von $4,6 \cdot 10^{12} \Omega \cdot \text{cm}$, der ebenfalls gut mit durch direkte Messung ermittelten übereinstimmt. Hier ging der Ableitwiderstand durch das Anbringen der Leitschicht auf etwa den 100. Teil zurück. — Um einen Anhalt über die absolute Höhe der Aufladespannungen zu gewinnen, wurde die Ladungsdichte bestimmt, bei der diese Platten nach vorschriftsmäßiger Entwicklung eine der Schwärzung $S=1$ entsprechende Dichte erreichten. Da die Platten grünlich geblieben sind, wurden sie zusammen mit einem Stufenkalender bekannter Schwärzungen auf Brovirapapier kopiert und ihre photographisch wirksame Dichte durch Vergleich der Papierschwärzungen einer bestimmten Stufe zugeordnet. Der notwendige jt -Wert ergab sich so zu $17 \cdot 10^{-10} \text{ Coul/cm}^2$. In Abb. 3 sind die Aufladespannungen, die sich bei dieser Ladungsdichte einstellen, in Abhängigkeit von der Expositionszeit eingetragen. Für die normale Platte wurden sie ein aus einer V/jt -Kurve erhalten, für die rückseitig leitende, wo bei kurzen Expositionszeiten keine Messungen gemacht werden können, wurden sie mit dem Wert $W = 4,4 \cdot 10^{10} \Omega$ und dem durch gesonderte Kapazitätsmessung bestimmten Wert $C = 71 \text{ pF/cm}^2$ Gl. (2) berechnet. — Während die normale MR-Platte demnach bei kurzen Expositionszeiten auf etwa 1000 V aufgeladen wird, läßt sich für eine Kranseder-Platte die zur Schwärzung 1 nur $0,34 \cdot 10^{-10} \text{ Coul/cm}^2$ benötigt, eine Aufladespannung von etwa 1600 V bei 2 sec Exposition abschätzen.

Die hohe Aufladespannung der MR-Platten wird auch durch die Ausdehnung der Unschärfen bei Aufnahmen bestätigt. Ein Zusammenhang zwischen beiden wurde gewonnen, indem auf mehreren Platten, deren rückseitige Leitschicht nur mit der Zuführung Z (Abb. 1) Kontakt hatte, je zwei Aufnahmen eines Schattenobjekts gemacht wurden, wobei während der ersten Exposition die Leitschicht über Z geerdet, während der zweiten an eine bestimmte Spannung gelegt war. Es entstanden zwei Bilder, deren Einzelheiten in der Plattenmitte aufeinander fielen, außerhalb dieser jedoch um so mehr gegeneinander versetzt waren, je größer ihr Abstand von der Mitte und je höher die angelegte Spannung war. Die gefundene Proportionalität zwischen diesen „Versetzungen“ und den Spannungen erlaubt, aus den „Verwischungen“, die bei allmählicher Aufladung während der Exposition einer nicht präparierten Platte entstehen, die Höhe der dabei erreichten Spannung abzuschätzen. Bei der vorliegenden Anordnung waren die Versetzungen nahe der Plattenschmalen etwa $0,1 \text{ mm}$ pro 1000 V. Eine allgemein gültige Beziehung zwischen Bildunschärfe und Aufladespannung läßt sich aber nicht angeben, da der Potentialverlauf im Störfeld vor der Platte von deren Ausdehnung und von der Anordnung der Leiter in der Umgebung — d.h. von der jeweiligen Konstruktion abhängt. —

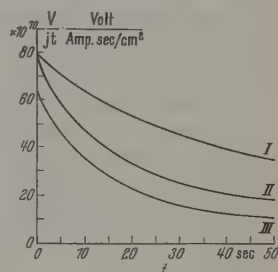


Abb. 2. Aufladung einer Glasplatte bei verschiedenen Ableitverhältnissen. Abszisse: Expositionszeit, Ordinate: Aufladespannung/Ladungsdichte. I Rücks. isol., II Rücks. 1 cm^2 Leits., III Rücks. 3 cm^2 Leits.

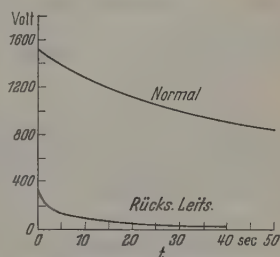


Abb. 3. Aufladespannung bei normaler und bei rückseitig leitender MR-Platte für $jt = 17 \cdot 10^{-10} \text{ Coul/cm}^2$ in Abhängigkeit von der Expositionszeit

Wie sich in Übereinstimmung mit MÖLLENSTEDT [2] ergab, kann man bei sehr wenig lichtempfindlichen Emulsionen die Aufladung am einfachsten durch einen Knoerzerschen Entlader in Plattennähe verhindern. Entsprechende Versuche zeigten, daß selbst bei einer Stromdichte von $3,5 \cdot 10^{-10} \text{ Amp./cm}^2$ keine meßbare Aufladung eintrat und bei Aufnahmen nicht die geringste Verwischung zu bemerken war, wenn der Entlader vor Beginn der Exposition in Tätigkeit gesetzt wurde. Für die Anwendung dieses Verfahrens ist allerdings Gleichstromheizung des Entladers erforderlich, um Störungen durch magnetische Wechselfelder auszuschließen — vor allem aber ist eine genügende Unempfindlichkeit der Emulsion gegen das Licht des Glühdrahtes Voraussetzung.

Ergebnisse an Filmen

Wesentlich anders als Photoplatten verhalten sich Filme in elektrischer Hinsicht, da wegen der außerordentlichen Isolationseigenschaften des modernen

Trägermaterials der Ableitwiderstand praktisch unendlich groß ist. Dies drückt sich einmal darin aus, daß die Meßkurven (1) durch den 0-Punkt gehen ($b=0$), ließ sich aber auch durch den zeitlichen Abfall der Aufladespannung verifizieren: Ein mit rückseitiger Leitschicht versehener Film wurde durch Elektronenbeschuß auf eine gewisse Spannung gebracht und dann im Hochvakuum sich selbst überlassen — nach $1\frac{1}{2}$ Std war die Spannung von 680 auf 660 V abgesunken, woraus eine Zeitkonstante von etwa 50 Std folgt! — Wegen der geringen Dicke des Dielektrikums ist ferner bei Filmen die wirksame Kapazität höher als bei Glasplatten, sofern nur der Film mit seiner Rückseite gut an einer geerdeten Metallplatte anliegt. Durch das Aufbringen einer rückseitigen Leitschicht kann die Kapazität noch erhöht und von Zufälligkeiten der Filmhalterung unabhängig gemacht werden.

Die aus den Aufladungsmessungen folgenden V/jt -Kurven sind hier wegen $W=\infty$ Parallelen zur Abszisse, d. h. die Aufladungsspannung ist unabhängig von der Expositionszeit und nur durch die Ladungsdichte und die spezifische Kapazität C/f bestimmt. Die V/jt -Werte für zwei Filme sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1. V/jt -Werte bei Filmen in $\frac{\text{Volt}}{\text{As/cm}^2}$

Film	Dicke mm	Rückseite an Metallplatte	Rückseite mit Leitschicht
Perutz-Peruprint . .	0,125	$6,33 \cdot 10^{10}$	$2,56 \cdot 10^{10}$
Perutz-Perulith . .	0,225	$9,25 \cdot 10^{10}$	$4,2 \cdot 10^{10}$

Zum Vergleich mit den Verhältnissen bei einer MR-Platte seien noch die Spannungen angegeben, die die Filme beim Aufbringen der gleichen Ladungsdichte wie dort ($17 \cdot 10^{-10}$ Coul/cm²) annehmen: Peruprint 108 bzw. 43,5; Perulith 157 bzw. 71 V — je nachdem die 3. oder 4. Spalte der Tabelle 1 zutrifft. Zur Prüfung dieser Ergebnisse wurden auf Peruprintfilm Aufnahmen eines Schattenobjektes mit der angegebenen Ladungsdichte gemacht ($t_{\text{Exp.}} = 5$ sec). Beim unbehandelten Film deuteten sich unter dem Lichtmikro-

skop bei 250facher Vergrößerung noch äußerst scharfe Verwischungen an, deren Breite sich mit einem Okularmikrometer auf höchstens 10μ abschätzen ließ. Das war einer Aufladespannung von rund 100 V zuzuschreiben. Bei dem Film mit Leitschicht dagegen war die Hell-Dunkelübergänge in Verwischungsrichtung und senkrecht dazu in ihrer Schärfe nicht mehr zu unterscheiden.

Zusammenfassung

Durch elektrostatische Aufladung bildet sich während der Exposition vor der Photoschicht ein Feld, das durch Strahlablenkung zu unscharfen Aufnahmen Anlaß gibt, wenn die Ladung nicht sehr klein bleibt. Bei feinkörnigen, unempfindlichen Emulsionen ist erforderliche Ladungsdichte so hoch, daß ohne besondere Vorkehrungen starke Verwischungen des Bildes eintreten. Die mitgeteilten Ergebnisse über die Höhe der Aufladespannungen zeigen ebenso Kontrollaufnahmen mehrere Möglichkeiten zur Verkleinerung bzw. Beseitigung der Störeffekte: Platten Aufbringen einer Leitsilberschicht auf Rückseite, die den Abfluß der Ladung wesentlich erleichtert. Bei Filmen Anpressen der Rückseite an geerdete Metallplatte — die große Kapazität bewirkt dann die aufgebrauchte Ladung, so daß hohe Spannungen nicht auftreten. Noch wirkungsvoller ist es, an den Film rückseitig mit Leitsilber zu überziehen. Schließlich bietet sich für sehr wenig lichtempfindliche Material als einfachster Schutz gegen Aufladung ein Knoerzerscher Entlader in der Photokammer.

Die mitgeteilten Ergebnisse gelten sinngemäß auch bei anderen Apparaten in denen Photoemulsionen durch geladene Teilchen exponiert werden.

Literatur: [1] KOPP, CHR., u. G. MÖLLENSTEDT: Optik 327 (1946); 2, 283 (1947). — [2] MÖLLENSTEDT, G.: Optik 13, 13 (1956). — [3] KINDER, E.: Optik 10, 171 (1953). [4] KNOERZER, G.: Z. Naturforsch. 6a, 511 (1951).

Dr. ERNST KINDER,
II. Physikalisches Institut
der Universität München

Eine Kompensationsmethode zur Messung sehr kleiner Ströme nach dem Influenzierungsverfahren

VON GERHARD BRUNNER

Mit 1 Textabbildung

(Eingegangen am 25. November 1957)

1. Einleitung

Die Ladung Q eines Kondensators der Kapazität C ändert sich bei einer Spannungsänderung ΔU am Kondensator bekanntlich um

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U. \quad (1)$$

Ist die Spannungsänderung kontinuierlich, so läßt sich über den Kondensator ein Strom

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt} \quad (2)$$

influenzieren. Einen solchen influenzierten Strom kann man zur Kompensation eines Meßstromes ent-

gegengesetzten Vorzeichens verwenden und benötigt zur Anzeige nur noch ein Nullinstrument. Da nun bequem meßbare Bereich für Kapazitäten bis her zu etwa 10^{-11} F geht, so kann man in Gl. (2) für Kompensationsstrom I zunächst erst einmal durch entsprechende Wahl von C einen Faktor 10^{-11} gewinnen. Man ist damit (im praktischen Maßsystem) bereits in einem Gebiet sehr kleiner Ströme, wie etwa im Gesamtbereich radioaktiver Messungen, zu dem als Ionisationskammerströme, häufig auftreten, die eine Spannungsänderung von großordnungsmäßig 1 V/s läßt sich meßtechnisch leicht verwirklichen. tritt natürlich sofort die Frage nach der für das gezeigte Meßsystem charakteristischen Zeitkonstanten und

mit verbundenen Dauer der Aufrechterhaltung der Spannungsänderung dU/dt zur Kompensation des entechenden Stromes auf. Normale Elektrometerordnungen zur Messung von Ionisationskammerströmen haben Zeitkonstanten von der Größenordnung einiger Sekunden. Dies bringt bereits Unbequemlichkeiten mit sich; aber noch weit mehr erfordert die Zwendigkeit einer genauen Messung von dU/dt gere Kompensationszeiten, wenn man, wie es ja r nahe liegt, eine konstante Spannungsänderung Erzeugung eines konstanten Kompensationsstroms verwirklichen will. Die alte Townsendsche Komisationsmethode, die bis heute für Präzisionsmessungen von Ionisationskammerströmen Verwendung findet, arbeitet mit einer solchen konstanten Spannungsänderung am Influenzierungskondensator. Die Einulierung und Aufrechterhaltung des für die genaue ompensation bei gegebener Eingangszeitkonstanten τ_e wendigen konstanten Wertes dU/dt ist nicht ganz ach: Ist τ_e groß, so braucht man verhältnismäßig ge Kompensationszeiten, ist τ_e klein, so muß dU/dt erst gut konstant sein.

2. Ausnutzung einer Kondensatorentladung zur Kompensation

Diese angedeuteten Schwierigkeiten und die damit bundenen Fehlermöglichkeiten werden vermieden, em zur Erzeugung einer, allerdings nicht konstanten, annungsänderung dU/dt am Influenzierungskonsator eine Kondensatorentladung ausgenutzt wird. Abb. 1 zeigt das Ersatzschaltbild der Anordnung. und C_e bezeichnen Eingangswiderstand und -kapazität des Elektrometers. Auf dieses Eingangs- RC e der (konstante) Strom I_k sowie der über C_i uenzierte Strom I_i , welcher durch die Spannungs-erung an C_i zustande kommt. Diese Spannungs-erung wird mittels der Entladung des Kondensators C_k (zu Beginn auf die Spannung U_0 aufgeladen) r den Widerstand R_k erhalten. Die Entladung kann ch Öffnen des Schalters S_2 unterbrochen und die mentane Spannung U_k am (quasi-)statischen Volt-er V abgelesen werden. Da die Kondensator-ladung exponentiell verläuft, hat man für dU/dt en großen Variationsbereich zur Verfügung. Das zeichen von U_0 muß natürlich dem Vorzeichen I_k entsprechen. Ist dies der Fall, dann wird die Elektrometer liegende Spannung U_{mess} bei einem z bestimmten Wert von dU/dt , $(dU/dt)_0$ genannt, schwinden. In diesem Augenblick wird die Entung von C_k durch Betätigen von S_2 unterbrochen l an V die zugehörige Spannung abgelesen; sie de mit U_{k0} bezeichnet. Wegen des exponentiellen rakters der Entladung ist der Betrag von U_{k0} dem rag von $(dU/dt)_0$ direkt proportional. Der Wert U_{k0} dient als Maß für I_k . Den unter gewissen ht erfüllbaren Bedingungen gültigen quantitativen ammenhang zeigt die nun folgende Rechnung.

3. Durchrechnung des Kompensationsvorgangs

Auf den Eingangs- RC -Kreis fließt der Strom

$$I_e = I_k + I_i, \quad (3)$$

$$I_e = I_k + C_i \cdot \frac{d}{dt} (U_k - U_{\text{mess}}). \quad (4)$$

Andererseits ist die Spannung U_{mess} am Elektrometer gegeben durch

$$U_{\text{mess}} = \frac{1}{C_e} \cdot \int \left(I_e - \frac{U_{\text{mess}}}{R_e} \right) dt. \quad (5)$$

Durch Differentiation und Substitution für I_e gemäß Gl. (4) ergibt sich daraus die Differentialgleichung

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_{\text{mess}}}{dt} + \frac{1}{R_e(C_e + C_i)} \cdot U_{\text{mess}} - \frac{C_i}{C_e + C_i} \cdot \frac{dU_k}{dt} - \\ - \frac{I_k}{C_e + C_i} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

für U_{mess} . Unter Verwendung von

$$U_k = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R_k C_k}} \quad (7)$$

wird ihre Lösung

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{mess}} = K \cdot e^{-\frac{t}{R_e(C_e + C_i)}} - \frac{U_0}{R_k C_k} \cdot \frac{C_i}{(C_e + C_i)} \times \\ \times \left(\frac{1}{R_e(C_e + C_i)} - \frac{1}{R_k C_k} \right)^{-1} \cdot e^{-\frac{t}{R_k C_k}} + I_k \cdot R_e. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Die Integrationskonstante K wird durch die Anfangsbedingung $U_{\text{mess}} = I_k R_e$ für $t=0$ festgelegt. (Der Strom I_k fließe bereits vor Einsetzen der Entladung.) Führt man noch die Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} \tau_k &= R_k C_k \\ \tau_{ei} &= R_e (C_e + C_i) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ein, so erhält man schließlich

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{mess}} = \frac{U_0}{\tau_k} \cdot \frac{C_i}{(C_e + C_i)} \cdot \left(\frac{1}{\tau_k} - \frac{1}{\tau_{ei}} \right)^{-1} \times \\ \times \left(e^{-\frac{t}{\tau_k}} - e^{-\frac{t}{\tau_{ei}}} \right) + I_k R_e. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Unter den Bedingungen

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \tau_k &\gg \tau_{ei} \\ (b) \quad e^{-\frac{t}{\tau_k}} &\gg e^{-\frac{t}{\tau_{ei}}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

wird

$$U_{\text{mess}} = I_k R_e - U_k \cdot \frac{C_i R_e}{\tau_k}. \quad (12)$$

Für $U_{\text{mess}} = 0$ gilt

$$I_k = \frac{C_i U_{k0}}{\tau_k}. \quad (13)$$

Da für (12) auch geschrieben werden kann

$$U_{\text{mess}} = R_e \left(I_k - C_i \cdot \frac{dU_k}{dt} \right), \quad (12a)$$

so hat man formal den gleichen Ausdruck wie bei der alten Townsendschen Methode mit $(dU_k/dt) = \text{const.}$ In der Tat bedeuten die Bedingungen (11) ja letztlich nur, daß sich dU_k/dt „genügend langsam“ ändert. Dies sieht man im Prinzip schon aus der Differentialgleichung (6): Setzt man dort $(dU_{\text{mess}}/dt) = 0$, wie es dem alten Verfahren entspricht, so gelangt man unmittelbar zu Beziehung (12). Wie man hieraus klar erkennt, liegt die wesentliche Verbesserung bei der beschriebenen neuen Methode gegenüber dem alten Verfahren darin, daß der zur exakten Kompensation notwendige Betrag der Spannungsänderung und die Messung dieser Spannungsänderung auf eine neue und viel bequemere Weise realisiert wird.

4. Dimensionierung und Meßgenauigkeit

Die Bedingung (11b) bedeutet eine gewisse Einschränkung für die Variable t : Will man mit der sehr einfachen Beziehung (13) arbeiten, so muß man nach Einsetzen der Kondensatorentladung erst eine Zeit t verstreichen lassen, so daß

$$e^{-\left(\frac{1}{\tau_{ei}} - \frac{1}{\tau_k}\right)t} \ll 1,$$

oder, wegen (11a),

$$e^{-\frac{t}{\tau_{ei}}} \ll 1$$

gilt. Will man z.B. den Fehler bezüglich (11b) bei der I_k -Bestimmung $<1\%$ halten, so darf der Null-

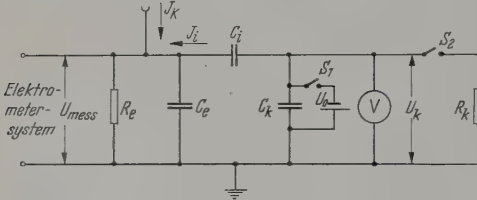


Abb. 1. Ersatzschaltbild

durchgang des Elektrometers, von Beginn der Entladung an gerechnet, nicht vor Ablauf der Zeit

$$t = \tau_{ei} \cdot \ln 100$$

erfolgen. Auf U_k übertragen heißt dies auch: Es muß sein

$$U_{k0} \leq U_0 \cdot e^{-\frac{\tau_{ei} \cdot \ln 100}{\tau_k}}.$$

Man kann also eine Genauigkeit in I_k von mindestens 1% [wegen (11b)] dann erzielen, wenn

$$I_k \leq \frac{U_0 C_i}{\tau_k} \cdot e^{-\frac{\tau_{ei} \cdot \ln 100}{\tau_k}}.$$

Durch passende Wahl der Parameter läßt sich der gewünschte Meßbereich für den Strom I_k weitestgehend verwirklichen

Anwendungsbeispiel: Bei einer Apparatur zur Messung von Ionisationskammerströmen der Größen-

ordnung 10^{-12} A betrug die Eingangszeitkonstante $R_e C_e \approx 1$ s (Ionisationskammer und Zuleitung eingeschlossen). Der Ableitwiderstand selbst war $R_e \approx 10^{10} \Omega$. Zur Influenzierung fand ein Plattenkondensator Verwendung, dessen Kapazität $C_i = 7,48$ pF sowohl unter Berücksichtigung des Randstreufeldes berechnet, als auch mit einer Hochfrequenzmeßbrücke gemessen wurde. Die beiden Resultate stimmten auf etwa 1% überein. Aus diesen Daten kann man zu etwa $1,4$ s bestimmen. Der Entladungskreis war aus einem Kondensator der Nennkapazität $2 \mu\text{F}$ und einem Entladungswiderstand von etwa $100 \text{ M}\Omega$ aufgebaut. Die aus der Beobachtung der Entladung auf $0,3\%$ genau bestimmte Zeitkonstante der Entladung war $\tau_k = 144,2$ s. Der Kondensator C_k wurde auf $U_0 = 107$ V aufgeladen. Ohne Bedingung (11b) stärker zu verletzen, als einem Fehler von 1% entsprechen können damit Ströme I_k bis herauf zu $5 \cdot 10^{-12}$ A gemessen werden. Mit dieser Anordnung konnten die Strommessungen Gesamtfehler von weniger als 2% erreicht werden. Eine solche Fehlergrenze wohnt dem Verfahren natürlich nicht etwa grundsätzlich inne, vielmehr ist die Größe des gemachten Fehlers im wesentlichen eben eine Frage der Erfüllung der Bedingungen (11). Als Nullinstrument diente ein Vibrating-Reed-Elektrometer mit einer Empfindlichkeit von etwa 1 Skt./mV .

Durch umschaltbare Zeitkonstanten τ_k und veränderbare Aufladespannungen U_0 kann der Meßbereich einer nach Abb.1 aufgebauten Kompensationsschaltung entsprechend erweitert werden.

Zusammenfassung

Das beschriebene Kompensationsverfahren konnte ohne mechanisch-manuelle Erzeugung einer mehr oder weniger konstanten Spannungsänderung am Influenzierungskondensator aus, vielmehr wird der exponentielle Spannungsabfall bei einer Kondensatorentladung ausgenutzt. Die Methode ist sehr einfach und übersichtlich. Ihre Resultate sind genauer als bei anderen Verfahren.

Dipl.-Phys. G. BRUNNER
Institut für angewandte Radioaktivität
Leipzig O5, Permoserstraße 15

Berichte

Die physikalischen Prinzipien, die zu neuen elektrostatischen Maschinen hoher Leistung führen

Von ULRICH NEUBERT

Mit 12 Textabbildungen

(Eingegangen am 5. November 1957)

1. Die Leistung der Maschinen

Unter elektrostatischen Maschinen sind sowohl die alten Kapazitäts- und Influenzmaschinen von TOEPFLER und HOLTZ [1], [2] als auch die Bandgeneratoren nach VAN DE GRAAFF zu verstehen; zu ihnen zählen auch neuere Rotor- und Scheibenmaschinen von JOFFE und HOCHBERG [3], KOSSEL und HERCHENBACH [4], JOLIVET [5], FÉLICI [6] sowie auch eine nachfolgend mitgeteilte Maschine des Verfassers [7], [8]. KOSSEL [9] hat sehr sorgfältige Leistungsmessungen an einer Holtz II-Maschine vom „Wimshurst“-Typ mit zwei

gegenläufigen Platten von 31 cm Durchmesser anführen lassen. Das Maximum der Leistung dieser Maschine lag bei einem äußeren Belastungswiderstand von $10^9 \Omega$ bei etwa $2 \mu\text{A}$ und 20 kV , d.h. also rund $0,04$ W. Bei höherem Belastungswiderstand tritt infolge der dazu kleiner werdenden Nebenwiderstände (Kriech- und Sprühverluste) keine Leistungssteigerung mehr ein. Ab $10^{10} \Omega$ fällt die Leistung wieder ab. Sie läßt sich steigern, wenn die Abmessungen der Maschinen vergrößert werden, z.B. ihr Plattendurchmesser oder aber die Plattenzahl vermehrt wird.

Die Toepler-Maschine mit 2×18 Glasplatten von 40 cm Durchmesser, Bauart Leuner, gab einen Strom von fast 0,6 mA bei etwa 29 kV, d. h. also nahezu 7 V. Bei den Bandgeneratoren wurde man zuerst auf aufmerksam, daß man die beiden Faktoren elektrischer Leistung, Strom und Spannung getrennt untersuchen müsse, und daß der Ausgangsstrom für die Vergrößerung der Leistung primär *im Auge zu fassen sei*, während die Spannung sich immer leicht steigern läßt, bis Überschlüge von der Hochspannungselektrode zur Erde erfolgen. Die elektrostatische Maschine ist ein Stromerzeuger; im Gegenteil stehen die elektromagnetischen Maschinen, die erzeugen primär Spannungen, als deren Folge im geschlossenen Kreis sich die Ströme erst einstellen. Die Versuche hat sich immer wieder herausgestellt, daß die Metallflächenmaschine, wie sie von TOEPLER [1] angegeben ist, zur Hochspannungserzeugung im technischen Dauerbetrieb ungeeignet ist. Der entstehende Staub verhindert die Aufrechterhaltung des notwendigen Isoliervermögens auf kurzen Baulängen. Es werden daher nur Maschinen ohne reibende Teile in Betracht. Dafür hat sich die Isolierflächenmaschine, die erste Ausführung von W. HOLTZ [2] stammt, bewährt. Die (dünne) Isolierfläche läßt sich in der durch Influenz bewirkten Glimmentladung ohne schädigende Organe beladen. Die Entwicklung weist in Richtung der Verbesserung und Gestaltung der Maschinengattung. Die nachfolgenden Belastungen sind an solchen Maschinen angestellt und führen zu einer neuen Maschine dieses Typs geführt. Der Strom J einer elektrostatischen Maschine ergibt sich aus der Geschwindigkeit v (Abb. 1) der Ladungstransportierenden Fläche, ihrer Breite b und der auf der Fläche bestehenden elektrischen Flächenladungsdichte σ . Berücksichtigt man, daß die beladene Fläche beim Vorbeigang an einer Elektrode eine Ladung des einen Vorzeichens abgibt und die gleiche Ladung entgegengesetzten Vorzeichens wegnimmt, so ergibt sich der Strom

$$I = 2 \cdot \sigma \cdot b \cdot v$$

$$I = 2 \cdot \sigma \cdot F' \quad (1)$$

in F' die Flächengeschwindigkeit der Ladungstransportfläche bedeutet.

Die Ladungsdichte σ ist über die Verschiebungsdichte D mit der Feldstärke E verknüpft. Mit der Ladung Q wird

$$\sigma = \frac{dQ}{dF} = D = \epsilon_0 \cdot (E_N - E_{RN}), \quad (2)$$

in E_N die auf der Ladungstransportfläche senkrecht stehende Feldstärke darstellt und E_{RN} die senkrecht stehende Restfeldstärke zwischen Sprühkante der Ladungstransportfläche, welche die Beladung hindert. Dabei ist das meist tangential zur Isolierfläche bestehende Hauptfeld, das als Folge der Hauptentladung entsteht, vernachlässigt. σ kann solange proportional mit E_N wachsen, bis E_N den Wert der Durchbruchfeldstärke E_D des Mediums, in dem sie wirkt, erreicht. Für Luft ergibt sich eine maximale Ladungsdichte

$$\left. \begin{aligned} \sigma_L &= \epsilon_0 \cdot E_D \\ \sigma_L &= 2,65 \cdot 10^{-9} \text{ As/cm}^2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Das bedeutet, daß für eine Isolierfläche, welche Ladung eines Vorzeichens an die Elektrode heranbringt und beim Weggang Ladung entgegengesetzten Vorzeichens mitnimmt, sich nach den Gln. (1) und (3) ein theoretischer maximaler Strom

$$J = 2 \cdot 26,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{m}^2} \cdot F'$$

ergibt.

Für eine Bandgeschwindigkeit von $F' = 1 \text{ m}^2/\text{s}$ ist daraus ein Strom $i = 53 \mu\text{A}$ theoretisch zu erwarten.

Sieht man von den Großbauten der Bandgeneratoren ab, so erzielt man mit noch mäßigem Aufwand Flächengeschwindigkeiten in der Größenordnung von

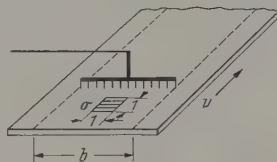


Abb. 1. Zur Ableitung der Stromformel

1 m^2/s bis etwa 10 m^2/s , dazu ergeben sich Stromstärken von

$$I = 0,053 \text{ bis } 0,53 \text{ mA.}$$

Der Strom ist also gering. In der Tabelle 1 ist eine Zusammenstellung von Werten über die erreichte Beladungsdichte bekanntgewordener Maschinen bzw. einer nachstehend beschriebenen Maschine des Verfassers gegeben.

Hierin bedeuten:

σ_L = theoretisch erreichbare Flächenladungsdichte in Luft,

σ_w = wirklich erreichte Flächenladungsdichte,

I = Strom,

F' = Flächengeschwindigkeit,

i = Strom je 1 m^2/s Flächengeschwindigkeit für 1 Polpaar.

Die Maschinen Nr. 1 bis 4 und Nr. 6 der Tabelle 1 sind solche, bei denen noch kein Gebrauch von den jetzt zu schildernden physikalischen Prinzipien gemacht ist, welche die Leistung erhöhen. Bei ihnen erreicht die wirkliche Beladungsdichte σ_w im günstigsten Fall (Nr. 4) gerade 0,6 des theoretischen Wertes in Luft $\sigma_L = 2,65 \cdot 10^{-9} \text{ Coul/cm}^2$. Die Beladungsdichten der übrigen Maschinen gehen über diesen Wert hinaus und erreichen im Fall der Maschine 11 das 120fache der Dichte der Maschine 1. Berücksichtigt man noch die Erhöhung, welche die Spannung erfährt, so wird die Leistung gegenüber der Wimshurst-Maschine um rund den Faktor 850 gesteigert, und wenn man Maschinen gleicher Flächengeschwindigkeit vergleicht um rund den Faktor 1200.

2. Entwicklungsstadien der Maschinen

Die Leistungssteigerung der elektrostatischen Maschinen in jüngster Zeit auf eine etwa 1000- bis 1200-fachen Leistung je Volumeneinheit gegenüber älteren Maschinen ist die Folge der Anwendung von drei physikalischen Prinzipien, die sich nacheinander herauskristallisierten. Diese sind:

Tabelle 1

Nr.	Maschine	P' m ² /s	ζ μA/m ² /s	I μA	σ_w		σ_w/σ_L	Bemerkung
					CGS	Coul/cm ²		
1	Kleine Hartgummi Doppelscheibenmaschine	1	2	2	0,6	0,197	0,075	maximale Beladungsdichte
2	Toepler-Leuner 2 × 18 Platten	25	39,4	1000	5,95	1,97	0,745	maximale Beladungsdichte
3	Round-Hill Bandgenerator	68	31,8	2100	4,8	1,59	0,60	maximale Beladungsdichte
4	Neubert Bandgenerator, Luft 1 ata	3,4	29,2	160	4,4	1,46	0,55	maximale Beladungsdichte
5	Neubert, Bandgenerator, Luft 3, 4 ata	3,4	102	350	15,5	5,11	1,93	maximale Beladungsdichte
6	Doppelscheibenmaschine von O. DAHL, Luft 1 ata	9	28,5	246	4,3	1,43	0,54	Beladungsdichte bei voller Spannung
7	Kossel-Heise-Bandgenerator mit gleitenden Bändern	0,5	126	63	20	6,3	2,38	maximale Beladungsdichte Kurzschlußbetrieb
8	Neubert-Doppelscheibenmaschine, Luft 1 ata, selbsterregt	1,7	100	200	15,0	5,0	1,9	Beladungsdichte bei Normalspannung 50 kV
9	Druckgenerator von TRUMP und VAN DE GRAAFF 11 atü	8,85	113	1000	17,2	5,7	2,15	Beladungsdichte bei 1250 kV
10	Félici-Trommelmaschine 16 atü H ₂ , fremderregt	1,18	254	300	37,5	12,4	4,68	Beladungsdichte bei voller Spannung
11	NEUBERT, Doppelscheibenmaschine H ₂ 19 atü, selbsterregt	1,70	530	900	79,5	26,5	10,0	Beladungsdichte bei 150 kV Dauerversuch
12	HERCHENBACH, Maschine mit zwei gegenläufigen Scheiben. 20 atü H ₂	1,06	520	1000 (4 pol.)	78,0	26,0	9,75	Beladungsdichte bei 70 kV

a) Das Gesetz von PASCHEN, nach welchem die Durchbruchfestigkeit mit zunehmendem Druck eines Gases wächst.

b) Die Idee des gleitenden Kondensators nach KOSSEL [6], [9], [10] (Kompensation von Störladungen).

c) Die Potentialsteuerung durch eine der Transportfläche dicht benachbarte schwachleitende Schicht nach JOFFE und HOCHBERG [3].

3. Paschens Gesetz

Die Anwendung von PASCHENS Gesetz geschah zuerst durch HERB, PARKINSON und KERST [11], indem sie einen van de Graaf-Generator in einen Preßlufttank einbauten. Der angewandte Druck von rund 10 Atm. brachte eine zunächst nur geringfügige Steigerung des Stromes, wenn auch die Spannung beträchtlich anstieg. Nach PASCHENS Gesetz steigt proportional mit dem Druck eines Gases seine elektrische Durchbruchfeldstärke E_D . Daher steigt bei gegebener Elektrodenanordnung auch die Durchbruchspannung mit dem Gasdruck. Nach Gl. (3) nimmt auch die Beladungsdichte σ auf der Isolierstofffläche linear mit E_D zu. Man sollte somit auch eine entsprechende Zunahme des Stromes erwarten. Für die Steigerung der Leistung mit dem Gasdruck müßte sich demnach bei 10 atü etwa der Faktor 100 einstellen. Dieses Ergebnis stellte sich nun aber keineswegs ein. Wenn bei voller Spannung dieses Generators (etwa 2 Mio V) gefahren wurde, konnte der Strom nur bis etwa 200 μA bei einer Flächengeschwindigkeit von insgesamt 9,2 m²/s gesteigert werden. Überschritt der Strom diesen Wert, dann traten starke Gleitentladungen längs des Bandes auf. Hier entstand zum ersten Mal die Idee, das Potential längs des Ladungstransporteurs zu steuern. Die Ausführung geschah durch ein System von Metallreifen, die einzeln und voneinander isoliert

das Beladungsband umgeben und sich vom Erdoberpotential bis zur Hochspannungselektrode erstreckten. Jeder dieser Reifen trägt eine kleine Metallspitze, die dem Reifen mit dem nächstniederen Potential zugewandt ist, so daß sich vermittels dieser Reihenglimmstrecke und des darüber fließenden kleinen Glimmstromes automatisch eine gleichmäßige Verteilung des Potentials einstellt. Diese Anordnung wurde später von VAN DE GRAAFF selbst wesentlich vervollkommen [12], und zwar derart, daß die Potentialsteuerröhren nunmehr jeden Bandteil auf beiden Oberflächen eng anliegend umschlingen. Die einzelnen Rohrschichten sind durch hohe Widerstände miteinander verbunden, so daß die Potentialverteilung stets die gleiche bleibt. Neuerdings bürgert sich dafür der Ausdruck „Glimmdienstränge“ ein. Die sorgfältige Steuerung ermöglicht einen Strom von gut 1,0 mA, bei voller Spannung und entspricht einer Beladungsdichte σ_w von 5, 10⁻⁹ Coul/cm². Dieser Wert ist auch heute noch gut zu bezeichnen. Voll ausnutzen kann man die Wirkung der mit dem Druck anwachsenden Durchbruchfeldstärke aber erst unter Heranziehung der Wirkung aus Punkt 3., jedoch ist dazu die Wirkung aus Punkt 2. nötig. Voll wirksam wird auch die Anwendung der erhöhten Gasdruckes nur in homogenen Feldern; inhomogenen Feldern tritt das Ansteigen der Durchbruchfeldstärke mit dem Gasdruck nur in viel geringerem Maße ein. Dieser Umstand ermöglicht es, die das Besprühen der Transportfläche mit Ladungsfeld ungehindert durch den hohen Druck erfolgen kann, d.h. ohne wesentliche Vergrößerung der Erregerspannung. Damit treten aber auch Schwierigkeiten bei der Konstruktion auf, da ein möglichst homogenes Hauptfeld verlangt wird, um die gewünschte Spannungserhöhung zu erzielen. Unter Hauptfeld ist das Feld zwischen den Hauptpolen zu verstehen; unter Nebenfeld das Feld der bewegten Transportfläche. Einen speziellen Teil des Nebenfeldes, nämlich den Teil, in dem

Beladung oder Umladung erfolgt, schirmt man meist durch Faraday-Käfige — oder verkümmerte Faraday-Käfige — gegen den Einfluß des Hauptfeldes ab, um den Beladungsvorgang nicht zu stören. Das Hauptfeld ist die tangential Komponente des resultierenden Feldes; sie begrenzt die erreichbare höchste Spannung. Füllgas für kleine rotierende Maschinen wird heute ausschließlich Wasserstoff, bei einem Druck von bis 20 Atm. verwendet. Der Hauptgrund für die Verwendung des Wasserstoffes liegt in seinen geringen Wärmeverlusten und seiner großen Wärmeleitfähigkeit. Diese guten mechanischen und thermischen Eigenschaften sind nebst den guten dielektrischen Eigenschaften des Wasserstoffes seit langem bekannt und werden bei umlaufenden elektrischen Hochspannungsmaschinen ausgenutzt [13]. Eine gute dielektrische Eigenschaft ist z. B. die, daß Glimmentladungen, die durch Luft nach einiger Zeit zur Zerstörung des Isolierstoffes führen, in Wasserstoff diese Wirkung nicht zeigen; eine Korrosion tritt nicht ein. Wie aus anderen Versuchen bekannt ist, besitzt Wasserstoff eine sehr gut definierte Durchbruchfeldstärke, zeichnet sich durch eine hohe Ionenbeweglichkeit, also durch große Zähmigkeit des Glimmens aus. Die Anfangsfeldstärke des Wasserstoffes beträgt zwar nur $\frac{2}{3}$ derjenigen von Luft; dafür befolgt er aber PASCHENS Gesetz bis zu wesentlich höheren Drücken als Luft. Diese Eigenschaften machen Wasserstoff sehr geeignet für kleine, rotierende, geschlossene Maschinen. Die Bandgeneratoren mit ihren großen Füllräumen, die erfahrungsgemäß öfters ausgebaut werden müssen, sind dagegen heute noch mit einem Gemisch aus vier Teilen Stickstoff und einem Teil Kohlensäure gefüllt.

4. Gleitender Kondensator

Das zweite wesentliche Merkmal einer leistungsfähigen Maschine ist die Verwendung der Idee des gleitenden Kondensators von KOSSEL [8]. Während die Anwendung von PASCHENS Gesetz durchaus verständlich ist und auf der Hand liegt, ist die Idee des gleitenden Kondensators gar nicht so einfach einzusehen und wird in zweierlei Hinsicht verbessernd wirksam.

Aus der theoretischen Elektrotechnik ist bekannt, daß das Potential in einem äußeren Aufpunkt einer elektrischen Doppelschicht, die durch eine Umrundung begrenzt ist, proportional dem elektrischen Moment m dieser Doppelschicht ist. Denkt man an beiden Bandhälften eines Bandgenerators, wie sie in Abb. 2a dargestellt sind oder an die gegenüberliegenden Scheiben einer rotierenden Maschine, so kann auch diese eine solche Doppelschicht dar. Die Ladung σ auf einem cm^2 ist — wie erläutert — bestimmt durch die Durchbruchfeldstärke der Luft; ihr Produkt mit dem Bandabstand d bildet das elektrische Moment $m = \sigma \cdot d$, welches dem Doppelband — als Doppelschicht betrachtet — zukommt. Hat man also die Anwendung erhöhten Gasdruckes z. B. eine 10fache Durchbruchfeldstärke gegenüber vorher, so sind mit der 10fach gestiegenen Ladungsdichte ihre Potentiale außerhalb der Doppelschicht ebenfalls auf das 10fache angewachsen. Versucht man, die abzugebende Spannung auch noch zu steigern, werden die den Betrieb begrenzenden inneren Überflüge eintreten. Andererseits wird bei gegebener

Dichte σ das Potential in einem äußeren Aufpunkt dem Bandabstand d proportional sein. Geht man daher bei einem Bandgenerator von einem üblichen Bandabstand von 10 bis 20 cm auf vielleicht 1 cm herunter oder bei einer Scheibenmaschine von 2 mm auf 0,2 mm Laufspalt zwischen den Scheiben, so gelingt es, die Potentiale, die aus dem äußeren Feld der verschieden aufgeladenen Bandteile oder des entgegengesetzt geladenen Scheibenpaares herrühren und fast immer zu unerwünschten Überschlüssen führen, auf $\frac{1}{10}$ ihres Wertes zu reduzieren. Das ist der eine wichtige, dabei auftretende Effekt; der zweite besteht in folgendem. In Abb. 2b soll stark vergrößert ein Stück eines hin- und rücklaufenden Bandes oder eines Plattenpaares dargestellt sein. Die Durchbruchfeldstärke, welche die Beladungsdichte begrenzt, ist diejenige in dem kleinen Luftspalt d , da dem festen Dielektrikum stets höhere Durchschlagfestigkeit zukommt; abgesehen davon, daß wegen der größeren Dielektrizitätskonstante dort die geringere Beanspruchung auftritt. Nun ist aber bekannt, daß für kleine und kleinste Abstände zweier Elektroden die Durchbruchfeldstärke außerordentlich ansteigt. Die verantwortliche Durchbruchfeldstärke bleibt also, sofern der Laufspalt Luft enthält, nicht auf 30 kV/cm beschränkt, sondern steigt an; z. B. beträgt nach einer von W. O. SCHUMANN [14] mitgeteilten Kurve die Feldstärke in Luft zwischen zwei ebenen Plattenelektroden bei 15 mm Abstand etwa 30 kV/cm, bei 5 mm etwa 35 kV/cm; bei 1 mm bereits 45 kV/cm und erreicht bei 0,5 mm den Wert von 55 kV/cm. Bei Scheibenmaschinen pflegt sich dieser Effekt des Anstieges der Feldstärke im engen Spalt und der damit höheren Ladungsdichte auch und zwar bei etwa 1 mm Scheibenabstand bemerkbar zu machen; bei etwa 0,25 mm Abstand erhält man im allgemeinen den etwa zweifachen Wert des normalen Stromes in Luft. Es tritt also durch Anwendung dieses Prinzips eine erneute Steigerung des Stromes ein. Hat man eine Beladungseinrichtung mit gegenläufigen Ladungstransportorganen vor sich, so ist der gleitende Kondensator ohne weiteres zu verwirklichen; die eine Bandhälfte oder Scheibe transportiert Ladung einer Polarität zum gleichnamigen Pol, die andere gegenläufige Bandhälfte oder Scheibe die Ladung entgegengesetzter Polarität zum anderen Pol. Anders sieht es bei Scheiben — oder Trommelankermaschinen aus, die nur eine Drehrichtung vorsehen. Hier muß man zu dem von JOFFE und HOCHBERG [11] angegebenen Prinzip greifen.

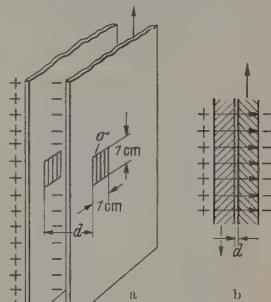


Abb. 2a u. b. Gegenläufig bewegte Flächen zur Veranschaulichung des gleitenden Kondensators nach KOSSEL

5. Die benachbarte schwachleitende Schicht

Das Verfahren von JOFFE und HOCHBERG besteht darin, in kleinem Abstand parallel zu der umlaufenden ladungstransportierenden Scheibe oder Trommel eine sehr schwachleitende Fläche anzuordnen. Sie geben

dazu mehrere Beispiele von Trommeln und Scheibenmaschinen an, wovon eines für eine Viertrommelmaschine in Abb. 3 dargestellt ist. Dort rotieren vier Ladungstransportflächen als Trommeln R in einem metallischen geerdeten Tank c . Der übrige Raum zwischen dem Tank und den Rotoren ist bis auf den engen Laufspalt d mit einem festen Dielektrikum ausgefüllt, welches durch leitende Schichten S unterteilt ist. Die Hochspannungselektrode H ist zentrisch gelegen; an sie werden die Ladungen abgegeben, und von ihr fällt das Potential einheitlich zur geerdeten

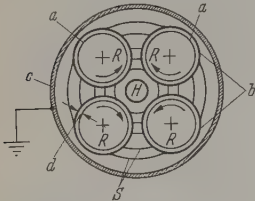


Abb. 3. Viertrommelmaschine von Joffe und Hochberg mit einer die Ladungstransportfläche dicht umschließenden schwachleitenden Schicht

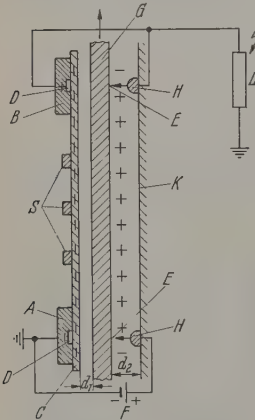


Abb. 4. Abgewickeltes Schema einer Einzelmachine der Abb. 3

Hier findet sich also der gleitende Kondensator von KOSSEL wieder. Und weiter schreiben die Verfasser: „Der einfachste Weg, um Potentialverteilung zwischen den leitenden Schichten zu erhalten, ist der Gebrauch hoher Widerstände oder einer halbleitenden Schicht an der Oberfläche des Dielektrikums, welche den Rotor umgibt.“ Diese Anordnung stellt also die Lösung des gleitenden Kondensators dar, wenn nicht zwei gegenläufige Scheiben oder Bänder die beiden Belegungen des Kondensators bilden. Es wird eine zweite dicht benachbarte Schicht geschaffen, in welcher die Influenzladung zur transportierten Ladung entsteht und daher die gleiche Ladung entgegengesetzter Polarität trägt. Diese sättigt erstens die transportierten Ladungen ab, so daß das Streufeld vermindert wird, zweitens läßt sie die für die Beladungsdichte verantwortliche Durchbruchfeldstärke wegen des kleinen Laufspaltes groß werden und drittens führt sie eine Steuerung des Potentials vom Hochspannungspol zur Erde im Sinne eines stetigen Abfalles herbei. In Abb. 4 ist des besseren Verständnisses wegen ein Rotor aus der Abb. 3 in abgewickelter Form

Tankwand ab. Die äußeren Oberflächen der Rotoren R erhalten dort ihre Ladung, wo sie der Tankwand c am nächsten kommen, also etwa an den Stellen a . Die dickausgezogenen Kreise b stellen eine dünne Schicht eines schwachleitenden Materials dar, mit welchem der Stator, also hier das feste Dielektrikum, überzogen ist.

Die leitenden Schichten S erhalten durch ihre Verbindung mit den schwachleitenden Schichten schrittweise abfallendes Potential: vom Potential der Hochspannungselektrode bis zum Potential Null der geerdeten Tankwand. Dadurch wird bei starkem elektrischem Querfeld im Laufspalt das gefährdete Tangentialfeld klein gehalten. JOFFE und HOCHBERG schreiben darüber:

„We now have a constant capacity of a condenser with the clearance d .“

stark vergrößert dargestellt und durch ein Belastungsschema ergänzt. Die Feldpole A und B mit ihren zugehörigen Abnehmern stellen die beiden Hauptpole dar, C die dünne schwachleitende Schicht; d_1 ist der sehr enge Laufspalt; E ist der Sprühraum von den Scheiden H ; D sind zufällige oder gewollte Hohlräume in den Feldpolen, F eine Sprühspannungsquelle, G ist die ladungstransportierende Fläche, K die Wand, welche die Sprühseiden (Abnehmer) trägt, S sind die leitenden Schichten und L schließlich der Belastungswiderstand für den Generator. Es entsteht beinahe ein Gebilde wie die beiden Hälften des Bartres eines Van de Graaff-Generators. Nur beweist sich hier die linke Bandhälfte nicht, vielmehr wandern die Kompensationsladungen zu den transportierten Ladungen in einer festen Wand — den Hauptstrom geringfügig vermindern — von einem Hauptpol zum anderen.

Die leitenden Schichten S sind bis auf die äußeren, welche die Feldpole selbst darstellen, nicht unbedingt notwendig; man kann sie bei dieser Ausführung auch fortlassen [3]. Der Leitungsstrom in der dünnen Schicht C kommt entweder durch Berührung mit den Elektroden A und B zustande oder aber, wenn man annimmt, daß die Berührung unvollständig ist und nur an einigen Punkten erfolgt, durch Ionisation in Hohlräumen z.B. bei D . Jedoch erfolgt die Ionisation in den Gasräumen D in viel schwächerem Maße als in den Ionisationsräumen E vor den Spitzen. Außerdem darf der Abstand d_2 nicht zu klein gewählt werden, denn auch in dieser festen Wand K , die zweifellos ebenfalls mit geringer Leitfähigkeit versehen ist, entsteht die Influenzladung zur transportierten Ladung, und würde versuchen, die andere von der Transportfläche herunterzuziehen (frühzeitige Querentladungen), während hingegen die Influenzladung in C die Hauptladung fest an die Transportfläche bindet. Man sieht außerdem, daß es große Vorteile bringt, wenn man die bewegte Scheibe oder das Band möglichst dünn macht, da dann eine besonders gute Ausrüstung der entgegengesetzten Ladungen erfolgt und auch eine entsprechend geringe Erregerspannung notwendig wird; insbesondere wird der letzte Punkt bemerkbar, wenn die Dielektrizitätskonstante der im Spiel befindlichen festen Dielektrika sehr groß ist.

6. Analoges Problem der Elektrotechnik-Kompensation einer Störladung

Man kann das Verhalten, das sich aus der Anwendung der physikalischen Prinzipien aus Punkt 2 bis aus Punkt 2 und 3 ergibt, auch aus einem anderen, viel allgemeineren Prinzip, das in der Elektrotechnik häufig angewendet wird, herleiten, und zwar ist dies die Kompensation des Feldes einer Störladung einem Feld¹. Ein typisches Beispiel dafür, welches einer guten Analogie zu unserem Problem steht, ist die Elektronenröhre. Auch hier werden Ladungen (Elektronen) von der Glühkathode K zur Anode A befördert (Abb. 5a). Das Feld dieser Ladungen bildet sich dem Hauptfeld zwischen Anode und Kathode überlagerndes Störfeld. Es tritt dadurch eine Potentialverteilung ein, wie sie die Abb. 5b zeigt, während man ohne die störende Raumladung den gestrichelten Verlauf erwarten würde. Das heißt,

¹ Diesen Hinweis verdanke ich Herrn Dr. HOCHRAITN

Kathode vorgelagerten Elektronen behindern das Weiterfliegen der nachfolgenden, aus der Elektrode getretenen Elektronen. Es erreichen also viel weniger Elektronen die Anode als die Kathode bei gestrichelten Potentialverlauf liefern würde. Abgeglichen wird hier z. B. dadurch, daß man diese Störungen kompensiert. Dieser Vorgang ist in der gasgefüllten Röhre verwirklicht. In der Gasfüllung ist das Gas ionisiert; es gibt Ladungen beiderlei Vorzeichens, die negativen, leicht beweglichen Elektronen und die positiven, schweren Ionen. Die leicht beweglichen Elektronen fliegen sehr schnell zur Anode,

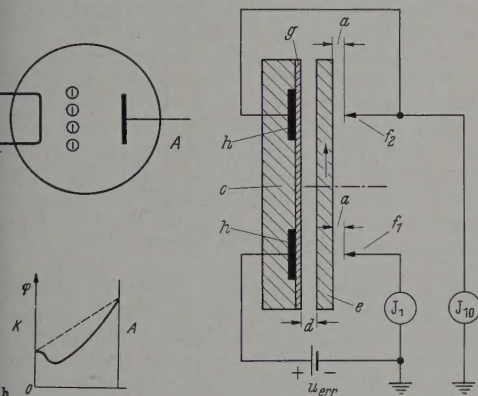


Abb. 5a u. b. a Schema einer Ionenröhre; b Potentialverlauf der Anordnung 5a

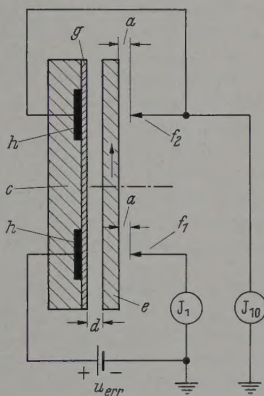


Abb. 6. Schaltung zur Messung des Einflusses der Abstände d und a

während die schweren Ionen nur sehr langsam zur Kathode wandern. Da beide Raumladungstypen sich kompensieren, kommt es zu keiner Rückwirkung auf das Hauptfeld. Träger des Stromes sind wesentlich die Elektronen, während die positiven Ionen nur einen unwesentlichen Beitrag zum Strom leisten. Die Elektronen werden aber nicht mehr durch die Störfelder behindert.

Das analoge Problem bietet sich bei der elektrostatischen Maschine. Das Feld der transportierenden Elektrode — das Nebenfeld — stellt ein Störfeld für das Hauptfeld — Feld zwischen den Hauptpolen — dar. Dieses Störfeld wird nun kompensiert im Fall des gasgefüllten Kondensators durch ein gleichstarkes, aber entgegengesetztes Feld, der zweiten, dicht benachbarten Fläche, welche die Ladung entgegengesetzten Vorzeichens in der Gegenrichtung transportiert. Bei der gasgefüllten Maschine, dicht benachbarten Schicht der Vergleich überraschend übereinstimmend mit dem Bild der Gasentladungsröhre. Im Fall der elektrostatischen Maschine wird das durch die schnell transportierte Ladung erzeugte Feld kompensiert durch langsam in der schwachleitenden Schicht verbleibende Ladungen, die den Gesamtstrom geringfügig vermindern. Bei der gasgefüllten Röhre wird durch die langsam wandernden Ionen, welche die Kathode der schnell fliegenden Elektronen kompensieren, der Gesamtstrom geringfügig vermehrt.

Abb. 6 zeigt eine Anordnung und Schaltung einer solchen Maschine, mit welcher der Einfluß der Größe des Spaltes d zwischen dem rotierenden Ladungstransporteur e und der schwachleitenden Schicht g , welche die Erregerpole h überdeckt, ermittelt wurde

[16]. Aus dem über die Abnehmer f_1 und f_2 fließenden Strom wurde für verschiedene Abstände d die Flächenladungsdichte σ bestimmt. Sie ist aus Abb. 7 ersichtlich. Gleichzeitig wurde in dieses Bild gestrichelt der Verlauf derjenigen Ladungsdichte eingetragen, der sich aus der Zunahme der Durchbruchfeldstärke für kleine Elektrodenabstände nach SCHUMANN ergibt. Die gute Übereinstimmung bestätigt die Richtigkeit der Vorstellung.

Ergänzend wurde bei diesem Versuch noch der Einfluß des Abstandes a der Abnehmerglimmkante von der Ladungstransportfläche gemessen und in

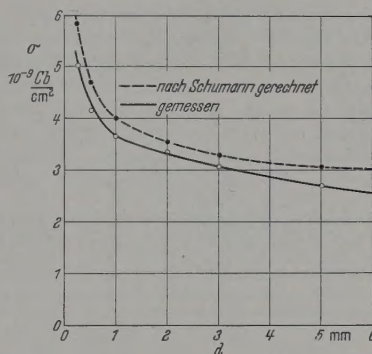


Abb. 7. Flächenladungsdichten in Abhängigkeit des Abstandes d zwischen Ladungstransporteur und schwachleitender Schicht

Abb. 8 dargestellt. Daraus ist ersichtlich, daß dieser Abstand längst nicht den tiefgreifenden Einfluß hat, wie der Abstand d der Ladungstransportfläche von der schwachleitenden Schicht. Toleranzen von einigen Zehntelmillimetern bei der Einstellung der Abnehmer können ohne weiteres hingenommen werden.

Auch FÉLICI [6] hat dieses hier geschilderte dritte Prinzip angewendet. Er versieht den Stator, der den Rotor umschließt, ebenfalls mit einer schwachleitenden Schicht, „um eine Anstauung von Ladung, die das Feld schwächt, zu vermeiden, indem ihr Gelegenheit gegeben wird, abzufließen“.

Bei der nachfolgend beschriebenen Maschine des Verfassers ist von der von JOFFE und HOCHBERG erstmalig angegebenen potentialsteuernden dicht benachbarten, schwachleitenden Schicht, ebenfalls Gebrauch gemacht [7].

7. Selbsterregter Isolierflächengenerator

In Abb. 9 ist diese Maschine schematisch dargestellt. Sie ist als Scheibenmaschine ausgeführt, hier jedoch der besseren Darstellbarkeit halber als Trommelmaschine gezeichnet.

Z stellt die bewegte Ladungstransportfläche aus Isolierstoff dar; B die den ganzen Stator aus Isolierstoff einschließend der metallischen Pole bedeckende sehr schwachleitende Schicht, die den Transporteur Z mit sehr engem Spalt parallel umgibt.

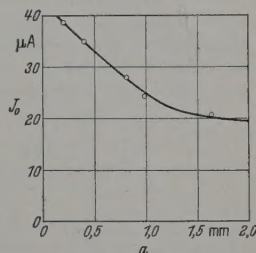


Abb. 8. Einfluß des Abstandes a zwischen Abnehmer und Ladungstransporteur

Der Generator besitzt zwei Hauptpole, den positiven Erregerpol F_1 mit nicht nur dem üblichen, dazugehörigen Hauptabnehmer K_2 , sondern auch einem zweiten, auf der gleichen Seite der Transportfläche angebrachten Vorabnehmer K_1 , sowie den negativen Erregerpol F_2 mit einem eben solchen Abnehmerpaar K_3 und K_4 . Die Abnehmer $K_1 - K_4$ sind scharfe Glimmsprühkanten, die der Transportfläche aus Isolierstoff sehr dicht genähert sind, aber nicht auf ihr schleifen.

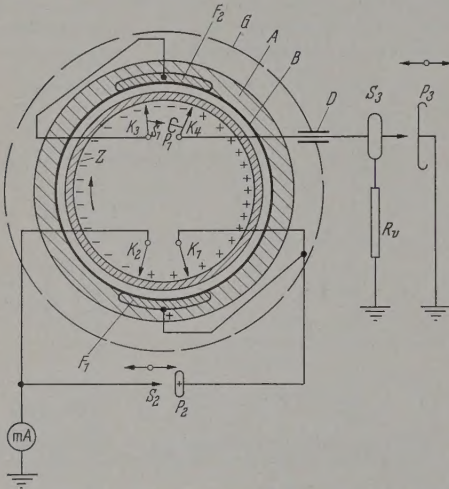
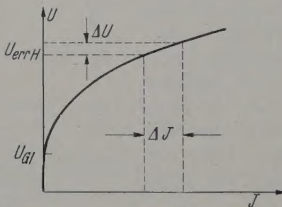


Abb. 9. Schema der selbsterregten Isolierflächenmaschine des Verfassers

Die Wirkungsweise ist nun folgende: Die Platte P_2 erhalte kurzzeitig einen positiven Gleichspannungsimpuls, wie man ihn leicht aus einer Zündspule mit Summer und nachgeschalteter Diode erhält. Dadurch sprüht negative Ladung von K_2 auf den Ladungstransporteur und wandert zu den Abnehmern K_3 und K_4 . Der Abnehmer K_3 wird etwas Ladung abnehmen und sie dem Erregerpol F_2 zuführen. F_2 und K_3

Abb. 10. Kennlinie der Glimmstrecke $S_1 - P_1$

liegen somit auf dem gleichen Potential. K_4 wird wegen seiner Verbindung über den Verbraucherwiderstand R_v zur Erde stets ein etwas niedrigeres Potential als K_3 annehmen und ist dadurch befähigt, nicht nur den Rest der negativen Ladung abzunehmen, sondern der von ihm weglaufenden Transportfläche positive Ladung mitzugeben, d.h. den Strom zu verdoppeln. Die positiven Ladungen gelangen zu den Abnehmern K_1 und K_2 . Hier wiederholt sich der gleiche Vorgang wie am negativen Pol nur mit umgekehrtem Vorzeichen. Die Ladungstransportfläche wird umgeladen; die Maschine läuft selbsterregt weiter. Der Generator kann auch mit umgekehrter Polung arbeiten. Der Vorgang ist elektrisch jedoch nicht stabil ohne die Glimmstrecke Spitze—Platte $S_1 - P_1$

am negativen Pol und die Glimmstrecke Spitze—Platte $S_2 - P_2$ am positiven Pol. Die Glimmstrecke $S_1 - P_1$ muß so eingestellt sein, daß sie im Sättigungsgebiet arbeitet; d.h. die Erregerspannung u_{errH} am negativen Pol, — der als Hochspannungspol benutzt

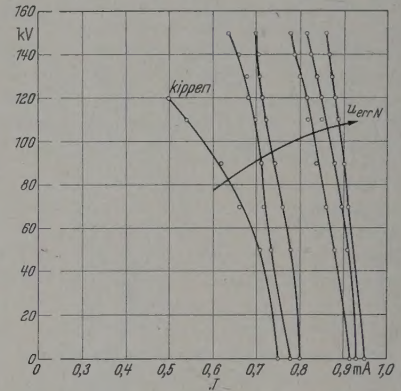


Abb. 11. Kennlinien der neuen Maschine

wird — zwischen K_3 und K_4 soll den in Abb. 10 eingezeichneten Arbeitspunkt haben, so daß einer großen Stromänderung nur eine kleine Spannungsänderung zukommt. Die Spannung u_{errH} bleibt dann nähernd konstant und die umgeladene Elektrizität

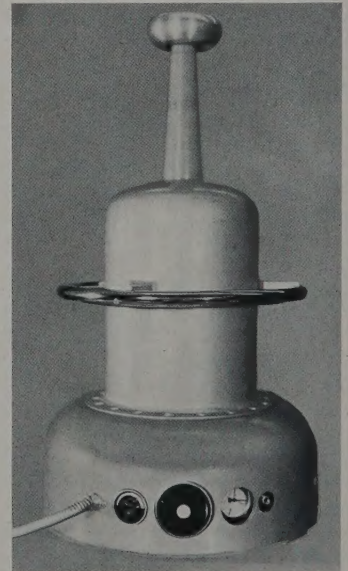


Abb. 12. Laboraufbau des selbsterregten AEG-Isolierflächengenerators für 150 kV und 0,9 mA

menge stets etwa die gleiche. Die Glimmstrecke $S_2 - P_2$ befindet sich außerhalb des Druckgefäßes und ist veränderlich; dadurch ist es in einfacher Weise möglich, die Erregerspannung an dem als Niederspannungspol benutzten positiven Pol u_{errN} zu verändern. Daher kann von der Glimmeinsatzspannung an der Beladungsstrom von der Niederspannungsspannung her bis ins Sättigungsgebiet verändert werden, was zwar entweder manuell oder durch ein zwischen $S_2 - P_2$ eingeschaltetes Regelglied. Dieses wird

Hauptspannung beeinflusst und hält bei schwander Last den Generator in dem möglichen Regelleich auf konstanter Spannung. Die veränderliche mmstrecke $S_3 - P_3$ dient gegebenenfalls zur Anung des Generators an die Last und damit gleichig zur Spannungseinstellung. Stromspannungslinien für verschiedene Erregerspannungen durch ändern des Abstandes $S_2 - P_2$ zeigt Abb. 11. Die gung der Kennlinien geht auf Rückwirkung des upfeldes der Maschine auf das Feld der Ladungsportfläche zurück. Sie wurde als Hauptfeldrückung bezeichnet und an anderer Stelle beschrieben [15]. Die Rückwirkung entsteht folgendermaßen: die Flächenladungsdichte σ auf der Ladungsportfläche ist die Normalfeldstärke E_N maßlich, die im Maximum E_D werden kann. Wird die schine unter Spannung genommen, so tritt dort ätzlich eine in ihrer Größe der Spannung proporale tangentielle Feldstärke E_T auf. Beide, E_N E_T , setzen sich zu einer Feldstärke E zusammen, ihrerseits den Wert E_D nicht überschreiten kann. durch wird mit steigender Spannung die Kompoite in Normalrichtung E_N immer kleiner; also wird σ kleiner, d.h. der Strom geht zurück. Diese gung der Kennlinien läßt eine bequeme Einstellung Spannung zu. Der Generator läuft, wie das seit rzehnten mit elektrischen Maschinen hoher Drehausgeführt wird, in Wasserstoffgas unter erhöhtem druck, wobei der gestrichelte Kreis G die Begrenung durch das Druckgefäß und D eine Hochspanngsdurchführung symbolisiert. Die Reibungsverge gehen gegenüber Luft auf $1/10$ zurück; die Wärmeuhr wird wesentlich verbessert; die guten dielekchen Eigenschaften des Wasserstoffes kommen voll Geltung.

Der nach den Kennlinien der Abb. 3 gibt der Generator e Leistung von etwa 130 W ab und, wie sich zeigen t, bei einem Wirkungsgrad von über 80%. Die

Flächengeschwindigkeit beträgt dabei $1,7 \text{ m}^2/\text{s}$. Abb. 12 zeigt eine Ansicht der Maschine.

Zusammenfassung

Die drei physikalischen Prinzipien, die zur Steigerung der Leistung bei elektrostatischen Generatoren angewandt werden müssen, sind: 1. PASCHENS Gesetz; 2. Der gleitende Kondensator nach KOSSEL; 3. Die dicht benachbarte schwachleitende Schicht.

Ihre Wirkungsweise wird beschrieben und durch Messungen belegt.

Ein selbsterregter Isolierflächengenerator des Verfassers, bei welchem die beschriebenen Prinzipien angewandt sind, wird mitgeteilt und seine Wirkungsweise beschrieben. Die Kennlinien ergeben eine Spannung von 150 kV bei etwa 0,9 mA. Der Kennliniencharakter ist ähnlich dem einer Konstantstrommaschine. Die Neigung der Kennlinien geht im wesentlichen auf eine „Hauptfeldrückwirkung“ auf das Feld der Ladungstransportfläche zurück.

Literatur: [1] TOEPLER, A.: Pogg. Ann. **125**, 469 (1865). — [2] HOLTZ, W.: I. Pogg. Ann. **126**, 157—171 (1865). — II. Pogg. Ann. **130**, 128—137 (1867). — [3] JOFFE, A. F., and B. M. HOCHBERG: J. of Phys. **2**, 243—252 (1940). — [4] KOSSEL, W., u. W. HERCHENBACH: Z. Naturforsch. **6a**, 166/167 (1951). — [5] JOLIVET, M. P.: Rev. Gen. **62**, 25—39 (1953). — [6] FRANZ. Patentschrift No. 1100903 (1955). — [7] NEUBERT, U.: Naturwiss. **44**, 390/391 (1957). — [8] NEUBERT, U.: Ausführliche Übersicht über die Maschinen, in: Elektrostatik in der Technik. München: R. Oldenbourg 1954. — [9] Z. Physik **111**, 264—280 (1938). — [10] KOSSEL, W., u. F. HEISE: Z. Physik **113**, 769—772 (1939). — [11] HERB, R. G., D. B. PARKINSON and D. W. KERST: Phys. Rev. **51**, 75—83 (1937). — [12] TRUMPS, J. G., and R. J. VAN DE GRAAFF: Phys. Rev. **55**, 1160—1165 (1939). — [13] D.R.P. Nr. 293616. — [14] SCHUMANN, W. O.: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin: Springer 1923. — [15] NEUBERT, U.: Erscheint demnächst. — [16] WITTMANN, E.: Diplomarbeit T.H. Karlsruhe 1955.

Dr. ULRICH NEUBERT,
Hochspannungsinstitut der AEG, Kassel

Buchbesprechungen

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE.

Bd. XIV, Kältephysik I mit 215 Fig., VI u. 349 S. DM 72.—.

Bd. XV, Kältephysik II mit 318 Fig., VII u. 477 S. 112.—.

Bd. XIX, Elektrische Leitungsphänomene I mit 208 Fig., u. 411 S. DM 82.—.

Bd. XX, Elektrische Leitungsphänomene II mit 272 Fig., u. 491 S. DM 112.—.

Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956 u. 1957.

Der Inhalt der Bände über Kältephysik und der über elektrische Leitungsphänomene greift so ineinander, daß die de zusammen besprochen werden mögen. Zum Beispiel halten die Bände Kältephysik Abschnitte über Supraung und ihre Theorie sowie Abschnitte über normale trische Leitfähigkeit und thermische Leitfähigkeit (eiebliche Theorie) in tiefen Temperaturen. Als (an sich ichtiges) Kuriosum sei erwähnt, daß die bekannte Kompenomsmethode (Potentiometermethode) zur Messung von erständen sowohl in Bd. XIV (S. 155) wie in Bd. XIX (146) ausführlich an Hand von Figuren gebracht wird. ses, den Gebrauch des Handbuchs etwas erschwerende nanderübergreifen der verschiedenen zu besprechenden e kommt wohl dadurch zustande, daß der Herausgeber

einerseits als Verfasser überall hervorragende Fachleute gewinnen wollte, daß aber andererseits die Forscherfähigkeit sich außerordentlich spezialisiert hat und es daher z. B. wohl schwer ist einen Verfasser zu finden, der auch nur das gesamte experimentelle Gebiet der elektrischen metallischen Leitfähigkeit völlig beherrscht. Das Prinzip, auf jedem Spezialgebiet die besten Sachkenner als Autoren zu gewinnen, bringt es auch mit sich, daß die einzelnen Artikel in verschiedenen Sprachen geschrieben sind. Die Bände XIV, XV und XIX sind ganz in englischer Sprache, Bd. XX in deutscher, englischer und französischer Sprache abgefaßt. — Es seien im folgenden die auf die verschiedenen Bände verteilten einzelnen Sachgebiete zusammenfassend besprochen:

1. Erzeugung tiefer und tiefster Temperaturen. J. D. DAUNT behandelt in Bd. XIV auf 89 Seiten die Gewinnung tiefer Temperaturen bis herunter zu der des flüssigen Wasserstoffs. Dabei werden zunächst — wenn auch nur kurz — die bekannten Verfahren von LINDE, CLAUDE, das Kaltdampfverfahren, die Verwendung von Expansionsmaschinen und Turbinen in praktischer Hinsicht und ihre Theorie gebracht. Auch das Wirbelrohr nach RANQUE-HILSCH wird besprochen und besonders ausführlich die Philips-Gas-Kältemaschine und ihre Verwendung zur Luftverflüssigung. Beschrieben sind ferner verschiedene Wasserstoffverflüssiger, z. B. der neue Leidener Verflüssiger für 40 Liter/Std flüssigen Wasserstoffs, bei dem 28% des eintretenden Wasserstoffs verflüssigt werden.

Behandelt wird dabei auch die Frage, auf welche Weise die Verwendung unreinen Wasserstoffs möglich ist. Dabei ist die von CLUSSIUS ausführlich beschriebene neueste Methode nicht erwähnt, obwohl der Clusiusische Verflüssiger aufgeführt ist. Die Gewinnung von flüssigem Stickstoff ist nicht behandelt. Zum Schluß bringt DAUNT noch einen Abschnitt über Gegenströmer und Regeneratoren, der allerdings nur eine Auswahl der praktischen Ausführungsformen behandelt. Jedoch enthält die Einleitung des Artikels eine Zusammenstellung von Einzeldarstellungen über das behandelte Gebiet.

S. C. COLLINS befaßt sich in Bd. XIV auf 23 Seiten mit Heliumverflüssigern und Transportgefäßen. Nach einer kurzen theoretischen Einleitung werden zunächst behandelt: Der Simon-Verflüssiger (einmalige Expansion nach Vorkühlung mit festem Wasserstoff), der Leidener Verflüssiger für 15 Liter je Stunde flüssiges Helium mit Vorkühlung durch flüssigen Wasserstoff von 15° K und Drosselentspannung nach LINDE, der ähnlich arbeitende Verflüssiger von DAUNT und JOHNSTON für 7,5 Liter/Std flüssiges Helium, der Verflüssiger von ASHMEAD für 3,8 Liter/Std flüssiges Helium mit geschlossenem Kreislauf des vorkühlenden Wasserstoffs, der Verflüssiger des Bureau of Standards in Boulder, Colorado, für 120 Liter/Std flüssiges Helium, der ursprünglich als Wasserstoffverflüssiger bei Vorkühlung mit flüssiger Luft arbeitete. Ausführlich besprochen sind dann die Verflüssiger, bei denen die Vorkühlung nicht mit flüssigem Wasserstoff, sondern mit Heliumgas erfolgt, das in einer oder mehreren Expansionsmaschinen abgekühlt ist. Es sind das: Der (nicht mehr verwendete) Kapitza-Verflüssiger, der Meißner-Verflüssiger für etwa 3 Liter flüssiges He/Std, die verschiedenen Collins-Verflüssiger mit 2 bis 3 Expansionsmaschinen, die auch ohne Vorkühlung mit flüssiger Luft arbeiten können (wobei die Ausbeute an flüssigem Helium gering ist) für 2 bis 25 Liter flüssigen He/Std. Betreffs der Transportgefäße ist bemerkenswert, daß es Metallvakuummantelgefäße für 25 Liter flüssiges Helium gibt, in denen nur 0,22 Liter flüssiges Helium pro Tag verdampfen.

D. DE KLERK bringt in Bd. XV auf 170 Seiten die Theorie und praktische Durchführung der Erzeugung tiefster Temperaturen durch adiabatische Entmagnetisierung, einschließlich der Ausnutzung des Kernmagnetismus, sowie experimentelle Untersuchungen in den so erzeugten tiefsten Temperaturen. Diese Versuche beziehen sich auf flüssiges He³ und He⁴, auf Widerstandsthermometer, auf elektrische Leitfähigkeit von Nicht-Supraleitern und Supraleitern (womit schon wieder anderen Artikeln vorgegriffen wird) auf magnetische Eigenschaften von Supraleitern, auf Wärmeleitung von Metallen, auf die Kernorientierung und Anisotropie der ausgesandten γ -Strahlung. — Besonders hervorzuheben ist die dauernde Aufrechterhaltung von Temperaturen bis 0,25° K nach der Methode von HEER, BARNES und DAUNT unter Benutzung von Supraleitern im Magnetfeld als Wärmevertlen.

2. *Flüssiges Helium*. K. MENDELSSOHN behandelt in Bd. XV auf 100 Seiten folgende Punkte: Historische Übersicht, Zustandsdiagramm, Entropie, Superfluidität, Viskosität, Wellenfortpflanzung, Gesättigter Film, Ungesättigter Film, Theoretisches. Dabei werden die verschiedenen Effekte, die an He I, He II und He³ auftreten, besprochen, wie λ -Punkt von Dichte und spezifischer Wärme an der Grenze von He I und He II, Thermomechanischer Effekt, Second sound, Wärmeleitung, Spin-Ausrichtung.

3. *Elektrische metallische Leitfähigkeit*. a) *Theorie*. MACDONALD gibt in Bd. XIV auf 60 Seiten einen historischen Überblick über die Theorien bis zu HOUSTON und BLOCH. SLATER bringt auf 128 Seiten in Bd. XIX eine auf den neuesten Arbeiten beruhende Behandlung der Elektronenstruktur von festen Körpern, wobei teilweise die nicht-metallischen Stoffe, insbesondere die Halbleiter, einbezogen werden. Auch Ferromagnetismus, Antiferromagnetismus und Paramagnetismus sind behandelt, ebenso die elastischen Kräfte und der Einfluß von Verunreinigungen. Bd. XIX enthält außer dem Slaterschen Artikel auf 88 Seiten einen Artikel von H. JONES über elektrische (und thermische) Leitfähigkeit. In ihm ist auch auf die elektrische Leitfähigkeit in tiefen Temperaturen eingegangen, sowie auf den Einfluß eines Magnetfeldes und normalen und anomalen Skin-Effekt. Daß das Literaturverzeichnis der beiden theoretischen Artikel vielfach dieselben Arbeiten enthält, sei nebenbei erwähnt. — b) *Apparaturen*. Der Artikel MACDONALDS über elektrische Leitfähigkeit in

tiefen Temperaturen in Bd. XIV enthält einen Abschnitt über experimentelle Methoden, von dem hervorzuheben ist: Die Beschreibung der Galvanometer-Verstärker, des supraleitenden Galvanometers und des supraleitenden Stromumschalters bei dem die Supraleitung von Tantal durch ein Magnetfeld wahlweise zerstört und der Stromweg verändert wird. — c) *Experimentelles*. Am Schlusse eines 25 Seiten langen Abschnittes über die experimentellen Ergebnisse in tiefen Temperaturen bei reinen Metallen und Legierungen und ihr Verhältnis zur Theorie gibt MACDONALD einen interessanten Ausblick auf die weitere Entwicklung, dessen letzter Satz lautet: „Widerstandsmessungen versprechen eine wachsende Rolle zu spielen beim Studium anderer physikalischer Probleme.“

A. N. GERRITSSEN behandelt in Bd. XIX auf 85 Seiten die experimentellen Ergebnisse betreffs des Einflusses von Temperatur, Magnetfeld, Druck, Fehlstellen bei Metallen und Legierungen hauptsächlich in Temperaturen oberhalb 80° K, wobei natürlich ein Eingehen auf das Verhalten in tieferen Temperaturen nicht vermeidbar ist.

G. F. J. GARLICK gibt in Bd. XIX auf 79 Seiten einen Abriss der Theorie und der experimentellen Forschung über Photoelektrizität.

B. SERIN behandelt in Bd. XV die experimentellen Forschungen über Supraleitung auf 62 Seiten, J. BARDEEN die physikalische und atomistische Theorie derselben auf 94 Seiten.

Bd. XV enthält auch einen ausgezeichneten Artikel von J. VAN DEN HANDEL über die magnetischen Erscheinungen in tiefen Temperaturen, der sowohl für die ganze Elektrophysik als auch für die Theorie der festen Körper wie für die praktischen Methoden zur Erzielung tiefster Temperaturen wertvoll ist.

4. *Thermische Leitfähigkeit*. Betreffs der allgemeinen Theorie siehe den oben erwähnten Slaterschen Artikel in Bd. XIV. P. G. KLEMENS behandelt in Bd. XIX auf 78 Seiten die Theorie und die Experimente über thermische Leitfähigkeit in tiefen Temperaturen von Isolatoren, Metallen und Legierungen einschließlich der von Supraleitern.

5. *Spezifische Wärme*. P. H. KESOM und N. PEARLMAN bringen in Bd. XIV auf 56 Seiten für das Gebiet tiefer Temperaturen Theorie, experimentelle Hilfsmittel und experimentelle Ergebnisse unter Einschuß der Messungen an Supraleitern. — Das Gebiet höherer Temperaturen ist in den besprochenen Bänden nicht behandelt.

6. *Halbleiter*. O. MADELUNG gibt in Bd. XX auf 243 Seiten einen ausführlichen Abriss der modernen Theorie der Halbleiter (die teilweise schon im Slaterschen Artikel in Bd. XI behandelt ist) und des Standes der experimentellen Forschung, wobei auch die Halbleiteroptik und die magnetischen Probleme eingeschlossen sind.

7. *Ionen-Leitfähigkeit von festen Körpern*. Ihre moderne Entwicklung ist von A. B. LIDIARD auf 102 Seiten in Bd. XX unter dem Titel „Ionen-Leitfähigkeit“ behandelt.

8. *Elektrochemie*. Der Artikel von E. DARMOIS (80 Seiten) behandelt zunächst die Ionenleitfähigkeit von Flüssigkeiten, dann viele andere Effekte wie Zähigkeit, Elektrocapillarität, Elektroosmose.

9. *Elektrische Eigenschaften von Glas*. J. M. STEVELS bringt auf 41 Seiten in Bd. XX die Volum- und Oberflächenleitfähigkeit für Gleich- und Wechselstrom einschließlich der Temperaturabhängigkeit (unrichtiger Abscissenmaßstab bei Figuren S. 353!), des Einflusses von Verunreinigungen und dergleichen für einfache und zusammengesetzte Systeme. Auch die dielektrischen Verluste und die Sekundärelektronenemission sind kurz behandelt.

Überblickt man alles, was die 4 Bände aus der Hand hervorragender Forscher enthalten, so kann man zweifellos sagen, daß sie trotz der eingangs erwähnten Unbequemlichkeiten für den Physiker, der auf den behandelten Gebieten tätig ist, eine ganz unentbehrliche Fundgrube für die Orientierung über den Stand der Theorie, der experimentellen Forschung und der Literatur sind. Für das Zustandekommen des Werkes gebührt Herausgeber und Verlag sicher großer Dank. W. MEISSNER